

DEA2IL  
Laboratoire IRIT  
Groupe de Synthèse d'images  
Année 1996/97

# Modélisation des phénomènes de turbulences dans les milieux participants

---

Par Daniel BARRERO

**Directeur de recherche** : Professeur René CAUBET  
**Responsable de stage** : Professeur René CAUBET

**Mots-clé** : Turbulence, milieux participants, phénomènes gazeux, diffusion, advection, champs de mouvement.

**Résumé**: Pour la réalisation d'un modèle convaincant des phénomènes gazeux tel que la fumée, il faut être capable de modéliser les irrégularités qui les caractérisent, ces irrégularités sont la manifestation visible des phénomènes de turbulence produits par les phénomènes d'advection et diffusion du gaz. Un phénomène gazeux peut être donc divisé deux partie: le modèle du visualisation du milieu, et le modèle de mouvement. Ici, on propose un modèle de turbulence multi-niveaux en utilisant une méthode stochastiques à partir du modèle physique pour contrôler le mouvement du gaz. Pour la modélisation de la partie visible du milieu, on utilise une hiérarchie de blobs diffus, qui permet d'améliorer le temps de rendu.

**Abstract**: To develop a visually convincing model of gaseous phenomena like the smoke, we must be able to model the irregularities that characterize them. These irregularities are the visible manifestation of what is known as turbulence produced by the effects of the advection and diffusion of the gas. The model of a gaseous phenomena can be subdivided in two components: a visible representation of the gas, and a model for its spatiotemporal behavior. Here, to control the gas behavior, we present a model of multiple turbulence levels combined with stochastic processes based on the phenomenon physics. For the visual representation of the gas, we present a hierarchical model of fuzzy blobs, that allows a significant improvement of rendering time.

---

## Remerciements

Je remercie M. le professeur J. Vignole pour m'avoir accueilli dans son laboratoire.

Je remercie M. le professeur R. Caubet pour m'avoir accepté dans son équipe et pour le sujet passionnant qu'il m'a permis de développer.

Je remercie tout particulièrement Laurent Da Dalto pour son co-encadrement, sa disponibilité, et ses conseils tout au long de ce DEA.

Enfin, je remercie tous les membres de l'équipe Synthèse d'Images pour les conseils qu'ils m'ont donnés et l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

---

## Table des matières

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>5</b>
1.1 MOTIVATION .....	5
1.2 IDENTIFICATION DU PROBLÈME ET DÉCOMPOSITION DU MODÈLE.....	5
<b>2. MODÉLISATION DE LA TURBULENCE .....</b>	<b>7</b>
2.1 REPRÉSENTATION PHYSIQUE.....	7
2.1.1 <i>Modèle hydrodynamique</i> .....	8
2.1.2 <i>Modèle thermodynamique</i> .....	10
2.2 MODÉLISATION NUMÉRIQUE PHYSIQUE (CFD) .....	12
2.2.1 <i>Champs de Mouvement</i> .....	12
2.2.2 <i>Éléments Finis</i> .....	13
2.3 MODÉLISATION STOCHASTIQUE.....	15
2.3.1 <i>Champs de mouvement aléatoire</i> .....	15
2.3.2 <i>Bases de turbulence</i> .....	16
2.4 MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE (HYPERTEXTURES).....	18
<b>3. MODÉLISATION DES MILIEUX PARTICIPANTS (ÉTAT DE L'ART DE LA MODÉLISATION D'UN GAZ VISIBLE).....</b>	<b>20</b>
3.1 REPRÉSENTATION PHYSIQUE .....	20
3.1.1 <i>Gaz Parfait et Gaz Réels</i> .....	20
3.1.2 <i>Caractérisation d'un gaz basée sur le modèle physique</i> .....	21
3.2 SYSTÈMES DE PARTICULES .....	22
3.3 DISTRIBUTION DE DENSITÉ .....	23
3.4 BLOBS DIFFUS .....	25
3.5 BLOBS DÉFORMÉS (WARPED BLOBS).....	26
<b>4. MODÈLE PROPOSÉ.....</b>	<b>28</b>
4.1 MODÉLISATION DU CHAMPS DE TURBULENCE.....	28
4.1.1 <i>Modèle multi-niveau du champ de mouvement</i> .....	28
4.1.2 <i>Utilisation de Bases de turbulence</i> .....	30
4.1.3 <i>Evolution du modèle</i> .....	30
4.2 MODÈLE DU MILIEU (HIÉRARCHIE DE BLOBS DIFFUS) .....	33
4.3 INTERACTION ENTRE LE MODÈLE DU GAZ ET LE MODÈLE DE TURBULENCE .....	34
4.4 VISUALISATION DU CHAMPS DU MOUVEMENT.....	35
4.4.1 <i>Lignes de Flux</i> .....	35
4.4.2 <i>Champs Vectoriels</i> .....	36
4.5 VISUALISATION DES MILIEUX PARTICIPANTS .....	38
4.5.1 <i>Illumination et rendu dans le visible</i> .....	38
4.5.2 <i>Application dans l'infrarouge</i> .....	41
<b>5. RÉSULTATS .....</b>	<b>42</b>
<b>6. CONCLUSIONS .....</b>	<b>44</b>
<b>7. RÉFÉRENCES.....</b>	<b>45</b>

---

## Table des figures

Figure 1 - Utilisation d'une transformation conforme du flux laminaire autour d'un cylindre dans l'espace complexe (A), pour simuler le flux autour d'un profil d'aile (B).....	9
Figure 2 - Champ de mouvement ascendant avec du vent de gauche à droite qui augmente progressivement avec l'altitude. ....	13
Figure 3 - Méthodes de subdivision du domaine : a - décomposition du domaine, b - échantillonnage uniforme de l'espace, c et d - méthodes d'échantillonnage adaptatifs.....	14
Figure 4 - Solution stationnaire du flux autour d'un cylindre par l'utilisation des éléments finis (ici on voit la turbulence derrière le cylindre). ....	14
Figure 5 - Répétition du champ de mouvement aléatoire comme une texture, en combinaison avec le modèle de définition du flux général du fluide proposé par Stam.....	15
Figure 6 - Déformation de la grille des champs aléatoires par les champs de mouvement déterministes. ....	16
Figure 7 - Exemple de base de turbulence.....	17
Figure 8 - Exemple de forme de turbulence .....	17
Figure 9 - Rendu de Volumes .....	19
Figure 10 - Gaz représenté par un système de particules .....	22
Figure 11 - Distribution de densité en blob diffus.....	24
Figure 12 - Evolution d'une distribution de densité.....	24
Figure 13 - Augmentation de la taille du blob et diminution de la densité générale du blob dans le temps.....	25
Figure 14 - Evolution d'un blob déformé.....	26
Figure 15 - Modèle de Champs de Mouvement multi-niveaux.....	29
Figure 16 - Exemple de spectre d'énergie $e(t)$ typique pour un champ simple.....	31
Figure 17 - Exemple de composition de fonctions d'énergie cinétique dans l'espace de Fourier pour obtenir la fonction d'énergie $E(x,t)$ du champ (spectre d'énergie de Kolmogorov). ....	32
Figure 18 - Hiérarchie de blobs.....	34
Figure 19 - Evolution d'un blob plongé dans un champ de mouvement. ....	35
Figure 20 - Lignes de courant pour un flux laminaire autour d'un cylindre et entre deux parois parallèles. ....	36
Figure 21 - Visualisation d'un champ vectoriel par la méthode de visualisation de flèches. ....	37
Figure 22 - Facteur de forme entre une facette et un blob .....	40
Figure 23- Exemple de fumée modélisée par flux laminaire (gauche), et flux turbulente (droite).....	43
Figure 24 - Visualisation de fumée dans l'infrarouge.....	43
Figure 25 - Combinaison de la fumée avec un objet complexe.....	43

---

# 1. Introduction

Lorsque l'on observe les phénomènes naturels tels que la fumée, le feu ou les nuages, leur géométrie n'est pas clairement défini. C'est précisément ces irrégularités dans leur géométrie qui permettent de les identifier. Dans le cas spécifique des phénomènes gazeux (fumée par exemple), ces irrégularités sont le résultat direct de l'interaction avec le milieu. Les changements dans la géométrie, quant à eux, sont le produit de phénomènes de turbulence.

Pour la modélisation de phénomènes de turbulence, il faut modéliser l'objet, le milieu et leurs interactions. Ce problème est très complexe et peut être appréhendé de différent point de vue: par une approche totalement physique (dynamique des fluides) [FOL92] [KAS90] [ROG84] [CFD95] [STR95], en passant par des méthodes stochastiques [AVE89] [FOL92] [STA93] [REE85] [WIT87] jusqu'aux modèles géométriques où le seul but est d'obtenir une approximation visuelle du phénomène.

L'objectif principal de ce travail est de présenter une méthode qui permette d'obtenir une bonne approximation du phénomène de manière rapide à l'aide d'une combinaison de différentes méthodes mais toujours à partir d'un modèle physique.

Une des meilleures alternatives (mais aussi la plus naturelle) pour ce type de phénomènes est la modélisation à partir d'algorithmes stochastiques car ils permettent de modéliser les irrégularités très facilement et ils sont suffisamment flexibles pour être utilisés dans la modélisation des phénomènes de turbulence [CFD95] [STR95].

## 1.1 Motivation

Ce travail a eu comme objectif principal la modélisation plus réaliste des effets atmosphériques surtout des irrégularités présentes dans les milieux participants. Comme la plupart des milieux participants intègrent les milieux gazeux communs (eau, fumée, nuages, etc.), ces phénomènes sont des phénomènes de turbulence. Bien qu'ils aient été étudiés depuis très longtemps par de nombreux chercheurs dans le domaine purement physique, aujourd'hui encore ils ne sont pas tous complètement résolus. Malgré leur complexité, il est possible d'obtenir des résultats très exacts pour des cas très spécifiques mais cela nécessite un temps de calcul très élevé.

## 1.2 Identification du problème et décomposition du modèle

Il semble évident, à première vue, qu'il soit possible d'identifier la plupart des phénomènes naturels par leur géométrie qui n'est pas clairement définie. Cependant, lors de la phase de modélisation, ce sont ces irrégularités qui rendent leur définition complexe.

Bien sur on peut modéliser ces phénomènes à l'aide d'un modèle physique complet, mais le modèle est très souvent trop complexe pour être implanté directement dans des systèmes de génération d'images où le problème majeur est d'obtenir une représentation visuelle du phénomène suffisamment crédible pour l'observateur. De plus, ces systèmes ont une puissance de calcul limitée.

---

Si le but est de modéliser ce type de phénomènes de manière rapide et très efficace pour obtenir une image convaincante, on peut résoudre le problème de façons très différentes. Cependant, pour obtenir un bon résultat, il faut tenir compte du fait que ces phénomènes ne sont pas tout à fait isolés et qu'en réalité ils sont dépendants de plusieurs facteurs. Peu importe si le seul but est de créer la visualisation d'un phénomène spécifique, il faut prendre en compte tous ces facteurs sinon le processus de réalisation du modèle peut être un processus très long et difficile pour obtenir, à la fin, des résultats trop spécifiques et très limités.

A partir d'une analyse physique du problème on peut identifier clairement ces facteurs et ceux-ci doivent être le point de départ pour obtenir un modèle consistant. En général, pour modéliser un phénomène atmosphérique ou gazeux comme les nuages ou la fumée, il faut prendre en compte le milieu dans lequel il se trouve en tant que milieu participant et tous les changements dans ce milieu vont affecter la géométrie du phénomène à modéliser. Le milieu sera affecté par le phénomène de manière réciproque. Pour la modélisation du phénomène gazeux, on peut considérer les phases suivantes comme les plus évidentes [CFD95][STA93]:

- Modélisation du milieu (fluide).
- Modélisation de l'objet à visualiser (modèle de gaz).
- Modélisation de l'interaction milieu-modèle de gaz.
- Modélisation d'évolution dans le temps.

Dans ce type de phénomènes gazeux, les irrégularités présentes dans l'objet (gaz, fumée) auront une correspondance directe avec les irrégularités du milieu et peuvent même être considérées comme une façon de visualiser ce dernier. Dans le cas spécifique de fluides, ces irrégularités sont appelées phénomènes de turbulences, et c'est ce type de phénomènes qui ont le plus intérêt à être modélisés dans le milieu car ce sont eux qui vont permettre d'obtenir le niveau de réalisme désiré dans le résultat final.

---

## 2. Modélisation de la turbulence

Un problème important dans la modélisation des phénomènes de turbulence est la représentation du milieu proprement dit. Ici on s'assure que le milieu est associé à un fluide incompressible, et on représente la caractérisation du milieu basée sur cette hypothèse. On analyse également les méthodes utilisées et le modèle de champs de mouvement à plusieurs niveaux.

### 2.1 Représentation physique

Du point de vue physique, certaines propriétés macroscopiques des fluides, telles que la diffusion moléculaire, la diffusion thermique, la conductivité électrique et la viscosité d'un gaz, peuvent être attribuées au transport de grandeurs physiques par les molécules. Ainsi la diffusion moléculaire est due au transport d'un certain nombre de particules, la diffusion thermique au transport de l'énergie, la conduction électrique au transport de la charge électrique et la viscosité d'un fluide au transport de la quantité de mouvement. Donc, on peut dire que la modélisation du comportement d'une gaz est réduite à la modélisation des phénomènes de transport.

Ainsi, les modèles physiques numériques sont basés sur les lois de base de la dynamique des fluides traditionnelle et de la thermodynamique. Tous les modèles de turbulence physique ont comme base les équations de Navier-Stokes pour les fluides incompressibles et les lois de Maxwell de la thermodynamique pour la modélisation des phénomènes de transport. La différence principale des modèles numériques est leur façon de résoudre ces systèmes d'équations. Mais, avant de continuer, il faut connaître la représentation physique empirique d'un fluide.

La géométrie d'un phénomène gazeux (fumée) est définie principalement à partir de l'interaction avec le milieu dans lequel le phénomène a lieu (qui correspond normalement à un milieu gazeux (air) ou à dans un fluide (eau)). Ces deux types de milieux sont représentables par la dynamique des fluides. Leur seule différence est leur densité, car ils correspondent tous les deux à des fluides compressibles. De plus, les changements de pression et de température ont plus d'effet sur le volume du gaz.

A partir de l'analyse précédente, on peut déduire qu'un milieu participant peut être défini de la même façon qu'un fluide. Physiquement, un fluide peut être caractérisé par les variables d'état suivantes à chaque intervalle de temps [CFD95] [STR95] [STA93]:

- Masse, **M**
- Volume, **Vol**
- Densité,  **$\delta$**
- Pression,  **$\rho$**
- Vitesse, ****V****
- Accélération, ****A****
- Température, ****T****

---

Tout modèle de fluide doit être capable de déterminer une valeur pour ces variables à un instant donné, soit de façon directe, soit de façon indirecte et quelque soit le type de modèle utilisé pour le calculer (CFD, processus stochastiques, etc.). Le modèle doit permettre d'obtenir les variations de ces variables dans des intervalles de temps de façon exacte et efficace.

## 2.1.1 Modèle hydrodynamique

### 2.1.1.1 Flux Laminaire

Le flux laminaire, appelé de façon plus couramment flux idéal correspond à la façon dont un fluide (liquide ou gaz) réagit quand les effets de la compressibilité et viscosité peuvent être ignorés. C'est la façon la plus simple de représenter le flux d'un fluide, il est utilisé très souvent pour modéliser les grandes quantités de flux autour des navires, avions, sous-marines, et voitures. En effet, dans ce cas, les flux peuvent être considérés presque idéals.

Le flux laminaire proprement dit, correspond au mouvement général d'un fluide dont les phénomènes de turbulence ne sont pas pris en compte ou sont si faibles qu'ils peuvent être considérés comme presque inexistantes (par exemple dans un fluide possédant un fort indice de viscosité). Le comportement de ce type de flux peut être représentés normalement par une fonction ou une composition de plusieurs fonctions vectorielles continues qui représentent le mouvement du fluide dans l'espace.

Mathématiquement, cette méthode est basée sur l'observation que, si le flux est défini par des fonctions dans l'espace des nombres complexes pour représenter la position du fluide, et si ces fonctions sont différentiables, par définition, elles sont une solution à l'équation de Laplace qui régit le comportement des fluides idéales [KAR80] [POS93].

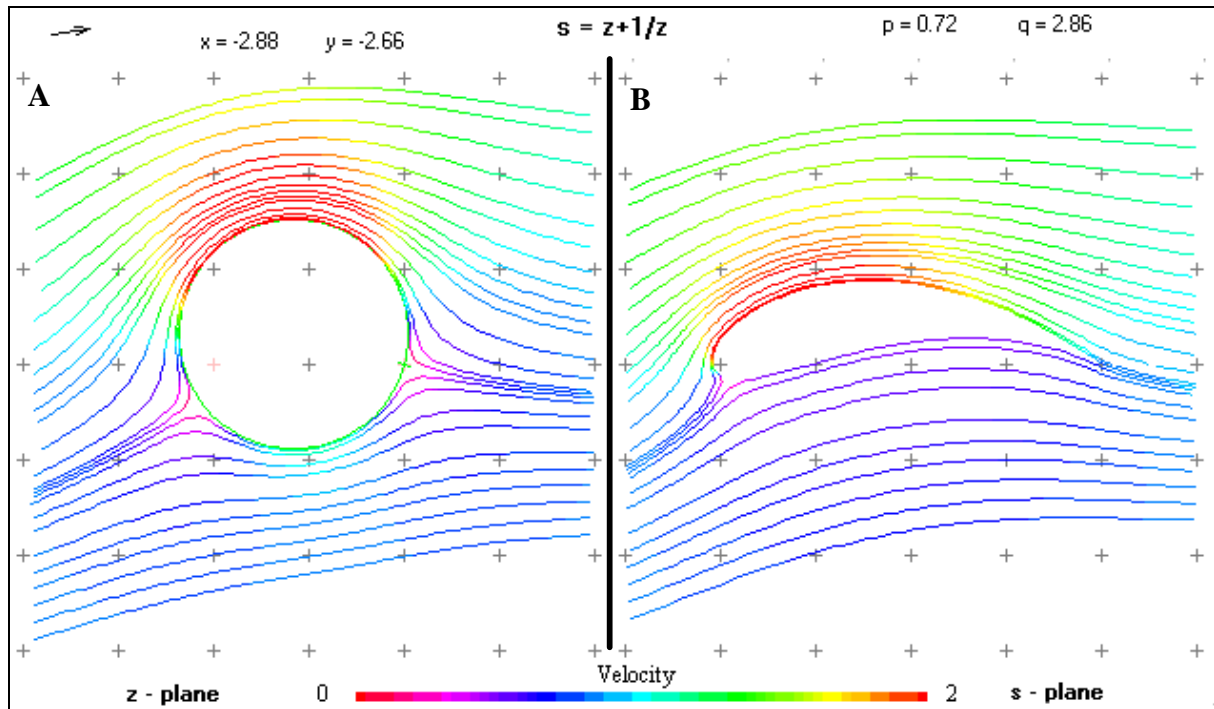
Le problème principale avec cette méthode est qu'il est difficile de connaître à priori quelle fonction produira le flux désiré. Donc, une méthode pour trouver une solution aux problèmes de flux complexe est de commencer par modéliser des flux idéales très simples, qui sont très faciles à appréhender, et de les combiner pour obtenir le flux complexe désiré.

Mais la description du flux idéal par des nombres complexes a un autre avantage, il permet de définir une méthode additionnelle pour obtenir les résultats désirées : l'altération du flux dans un autre par l'utilisation de transformations conformelles [KAR80] [POS93] [CFD5].

Une transformation conformelle est une transformation de coordonnée complexe  $z$  (le flux est défini par  $z(x,y)$ , par exemple :  $z = x + iy$ ), dans une autre coordonnée  $s=s(z)$ . Ce processus transforme le flux décrit par une fonction initiale  $F(z)$  en un autre flux  $F1(s)=F(z(s))$ . Si la dérivée de la transformation  $s=s(z)$  est différente de zéro, il faut que le flux transformé soit une solution à l'équation de Laplace, donc valide. Aux points où la dérivée est nulle (points critiques), le flux est invalidé. Ironiquement ces points sont très utiles pour créer des ruptures très prononcées dans le flux, par exemple dans un profil d'ail (Figure 1<sup>1</sup>)

---

<sup>1</sup> Image fait avec l'Applet Java : Ideal Flow Mapper : <http://www.aoe.vt.edu/aoe5104/mapper/mapapp.html>



**Figure 1** - Utilisation d'une transformation conforme du flux laminaire autour d'un cylindre dans l'espace complexe (A), pour simuler le flux autour d'un profil d'aile (B).

### 2.1.1.2 Flux turbulent et Navier-Stokes

L'évolution d'un fluide dans l'espace-temps peut être défini par des équations vectorielles qui correspondent à une combinaison des variables d'état. Plus généralement l'évolution d'un fluide dans l'espace peut être représenté par un champ vectoriel défini pour les variations de vitesse, de pression et de température du fluide (pour cette raison il est plus souvent appelé champ de mouvement, ou dans le cas de l'air, champ de vent).

Ainsi, si les variations de vitesse  $u(x,t)$  et de pression  $(p,t)$  (y compris l'air) [STA93] [CFD95], sont produites par des forces externes  $F$  sur le fluide, des interactions non linéaires entre les éléments du champ de vitesse et un coefficient de dissipation de viscosité  $\nu$ , la somme de ces forces doit être égale au champ d'accélération du fluide. On obtient ainsi l'équation de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -(u \cdot \nabla)u - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u + F, \text{ avec } \nabla = \left\langle \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\rangle \quad (1)$$

où  $\rho$  est la densité du fluide. Si les vitesses à l'intérieur du fluide sont plus petites que la vitesse du son on peut dire que le fluide est incompressible :

$$\nabla \cdot u = 0, \quad (2)$$

Si les conditions initiales aux frontières sont spécifiées, les équations 1 et 2 sont suffisantes pour obtenir la vitesse du champ et la pression du fluide à tout instant, mais quand on prend

---

en compte les phénomènes de transport il faut résoudre aussi cette équation pour le coefficient de rotation passive  $\theta(x,t)$  qui prend en compte la viscosité cinématique et le coefficient de diffusivité  $k$ :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -(u \cdot \nabla)\theta - k\nabla^2\theta + F_\theta, \quad (3)$$

Pour calculer des champs de mouvement très réalistes avec ces équations il faut seulement spécifier les attributs physiques du fluide à modéliser ainsi que le champ de mouvement initial et les conditions aux frontières. Pour contrôler le fluide, il suffit d'appliquer des forces externes et résoudre ces équations pour obtenir les champs de mouvement lorsque cela est nécessaire (pour des situations données).

Si la solution de ces équations permet de calculer des champs de mouvement très réalistes elle présente plusieurs problèmes. En premier lieu, l'application de forces externes n'est pas suffisante ou très difficile à établir pour obtenir les résultats désirés. De plus, les non linéarités présentes dans les équations font qu'elles sont très complexes à résoudre numériquement, spécialement en présence de turbulences. Si on arrive à les linéariser, il est possible d'améliorer la stabilité de la méthode [CFD95] [STR95]. On peut ainsi les résoudre plus rapidement en utilisant des méthodes numériques. Cependant on risque de diminuer l'apparition des phénomènes de turbulences jusqu'à les faire disparaître dans des fluides avec un grand indice de viscosité.

Une solution pour linéariser les équations de Navier-Stokes est basée sur l'observation expérimentale de la transformation du flux laminaire en flux turbulent. Cette observation est basée sur le fait qu'il est possible de différencier très clairement le flux laminaire du flux turbulent. Donc, on peut dire que le champ de mouvement d'un fluide est une composition entre le champ à grande échelle (flux laminaire) et les champs de turbulences (petite échelle). Avec ce modèle, il ne faut pas oublier la simultanéité des événements (les champs à petite échelle sont influencés par les champs à grande échelle et réciproquement).

Bien que cette méthode de subdivision des champs de mouvement permette de diminuer les non linéarités dans les équations de Navier-Stokes dans la plupart de l'espace occupé par le fluide, il reste encore le problème de la résolution des non linéarités des équations de turbulence.

### 2.1.2 Modèle thermodynamique

Pour construire un modèle thermodynamique du comportement du gaz, on part du modèle de Maxwell pour les gaz parfaits. C'est à dire que l'on peut assimiler les molécules formant un gaz à des sphères rigides en mouvement. Comme ces sphères sont en constant mouvement, elles subissent des collisions élastiques entre elles. En outre, l'interaction entre molécules est supposée de très courte portée de telle sorte que l'on peut négliger cette interaction en dehors des collisions. Il en résulte qu'au cours d'une collision, non seulement la quantité de mouvement de l'ensemble des deux molécules considérées se conserve, mais aussi son énergie cinétique. Ce qui conduit à la mise en œuvre de la première loi de la thermodynamique (loi de **conservation de l'énergie**) :

- Pour tout système fermé, on peut définir une fonction  $U$  des variables d'état, extensive, appelée énergie interne, telle que l'énergie totale  $E$  définit par:

$$E = E_m^k + E_{p,ex} + U$$

soit conservatoire, c'est à dire constante lorsque le système n'échange pas d'énergie avec l'extérieur.  $E_m^k$  est l'énergie cinétique macroscopique du système,  $E_{p,ex}$  est l'énergie potentielle extérieure au système introduit par des actions extérieures au système.

On sait que le travail des forces, définies à l'échelle macroscopique, qui s'exercent sur la surface délimitant un système fermé, traduit un échange d'énergie. L'expérience montre que de l'énergie peut être aussi échangée lorsque le travail reçu est nul. Ce transfert d'énergie est appelé chaleur. La chaleur est donc l'échange d'énergie qu'il faut ajouter au travail reçu pour obtenir l'échange total d'énergie :

$$Q \equiv E^r - W$$

Il y a une différence importante entre travail et chaleur : Le travail est un échange d'énergie par l'intermédiaire de forces macroscopiques alors que la chaleur est un échange d'énergie qui est indépendant de ces forces. Le deuxième principe de la thermodynamique : l'**entropie**, souligne cette différence :

- Pour tout système fermé, il existe une fonction des variables d'état extensive, non conservatoire, appelée entropie  $S$ , telle que sa variation, entre deux dates successives  $t_1$  et  $t_2 > t_1$ , s'exprime de la manière suivante :

$$\Delta S = S^r + S^p, \quad \text{avec} \quad S^r = \int \frac{\partial Q}{T}, \quad \text{et} \quad S^p \geq 0$$

$S^p$  étant la production d'entropie et  $T$  une grandeur intensive, positive, appelé température thermodynamique, en chaque point de la surface fermée  $S$  qui délimite le système.

L'entropie peut être interprétée plus clairement de la façon dont Boltzman la définit: le système (fluide) est en constante évolution vers un désordre (ou une uniformité) maximal et l'entropie fourni une mesure de ce désordre.

Comme la quantité de désordre des particules formant un fluide à un instant donné est en relation directe avec la turbulence, on peut dire que l'entropie est en général une façon de mesurer le niveau de turbulence d'une fluide dans un espace de temps déterminé.

En général, le modèle thermodynamique et le modèle hydrodynamique sont complémentaires. Le modèle hydrodynamique est plus souvent utilisé pour la modélisation de l'advection des fluides et le modèle thermodynamique est utilisé pour la modélisation des phénomènes de transport d'énergie (chaleur, etc..) et les phénomènes de diffusion. De plus, comme de ces phénomènes va dépendre la façon dont le fluide va réagir, le modèle thermodynamique est plus souvent utilisé pour obtenir les valeurs des variables de contrôle, et les conditions aux frontières pour le modèle hydrodynamique.

---

## 2.2 Modélisation numérique physique (CFD)

### 2.2.1 Champs de Mouvement

Il y a plusieurs méthodes pour la représentation d'un fluide : du point de vue physique (Navier-Stokes)[CFD95] et des modèles mathématiques, les modèles stochastiques [STA93], et enfin les méthodes purement géométriques[EBE94].

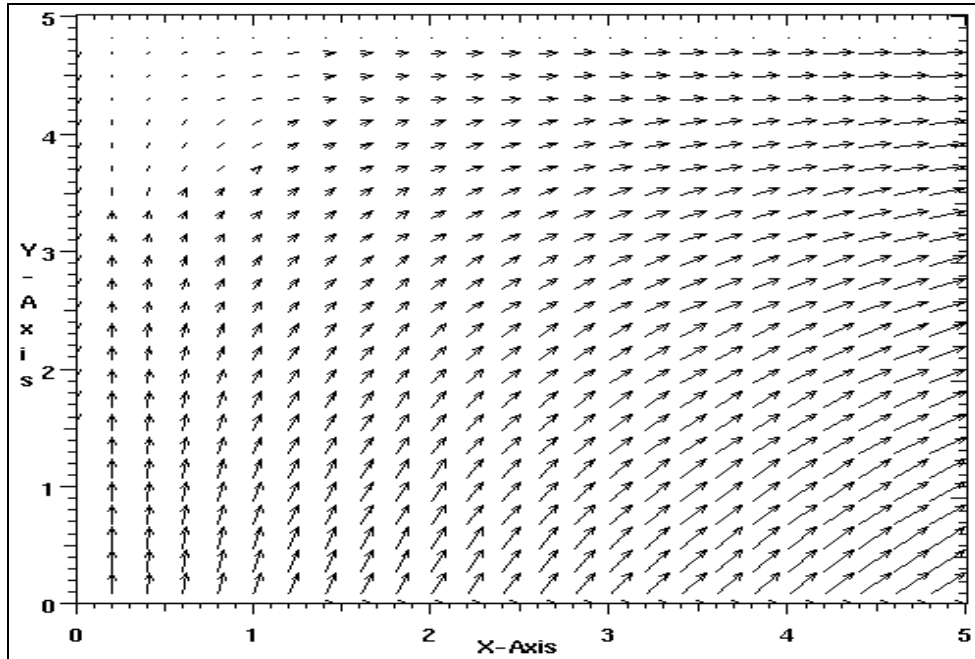
La méthode la plus utilisée lorsqu'une précision importante de calcul est nécessaire, est le modèle physique. De nombreuses recherches ont été effectuées dans ce domaine pendant les 15 dernières années. Elles ont donné naissance à un champ d'investigation indépendant appelé Dynamique Computationnelles de Fluides (CFD en anglais). Ce champ est tellement grand et complexe qu'il y a des groupes dédiés uniquement à son développement et tous les problèmes sont encore loin d'être résolus [KAS90] [ROG84] [CFD95]. Après l'analyse du travail de ces groupes, nous avons décidé de prendre une autre direction car le problème que nous cherchons à résoudre est de plus haut niveau et la précision que fournit ces méthodes n'est pas nécessaire.

Les méthodes géométriques ou purement mathématiques, bien qu'elles soient utilisées avec plus ou moins de réussite dans le domaine de la synthèse d'images, ont l'inconvénient d'être très spécifiques. De plus, elles sont très difficiles à contrôler car elles n'ont aucune relation avec le vrai modèle du phénomène (modèle physique). Par contre, les méthodes stochastiques ont l'avantage de produire de bons résultats et d'être plus contrôlables surtout si elles sont utilisées en combinaison avec d'autres méthodes de modélisation.

Le cas le plus étudié et qui est le point de départ de la plupart des méthodes comme base pour la définition du modèle, est celui qu'on peut appeler « le tunnel du vent » (courant d'air dans un tunnel qui est rempli d'obstacles). Selon cette modèle, il suffit de modéliser le champ de flux d'air, la façon dont il est modifié par les différents obstacles sur son chemin, ainsi que la modélisation du champ du vent turbulent. Il reste ensuite à vérifier le comportement du milieu gazeux dans cette ambiance contrôlée. Cela veut dire que pour modéliser l'effet du vent, il faut modéliser le champ du vent et son interaction.

Généralement presque toutes les méthodes admettent que si l'on observe le comportement d'un fluide, il est facile de remarquer qu'il y a une correspondance directe entre l'évolution du fluide et un champ vectoriel qui représente le mouvement de tous les points du fluide dans l'espace (Figure 2). Dans le cas de l'air, ces champs sont appelés champs du vent. Ici, on les a appelé champs de mouvement de manière à obtenir une définition plus générale.

Physiquement la turbulence est un ensemble de phénomènes produits pour des raisons très diverses : Obstacles dans le chemin du fluide, vent, changement de pression et de température,... Ces phénomènes entraînent des modifications dans la vitesse, la direction, la pression, et la température du fluide dans l'espace-temps. L'ensemble de ces modifications peut être représenté par les équations de Navier-Stokes [STA93] [ROG84] [CFD95] [STR95] qui se basent sur les observations précédentes. Ces équations sont obtenues à partir de la combinaison de forces externes  $\mathbf{F}$  appliquées au fluide, de fonctions de pression  $p(\mathbf{x},t)$ , de vitesse  $(\mathbf{x},t)$  et de densité  $\delta(\mathbf{x},t)$  du fluide avec un coefficient de dissipation  $\nu$  qui doit être égal à l'accélération du fluide et qui modifie les valeurs de caractérisation du fluide.



**Figure 2** - Champ de mouvement ascendant avec du vent de gauche à droite qui augmente progressivement avec l'altitude.

Si, en plus, un champ de mouvement est défini seulement dans une intervalle de temps et un espace déterminé, on peut finalement définir un champ de mouvement comme suit :

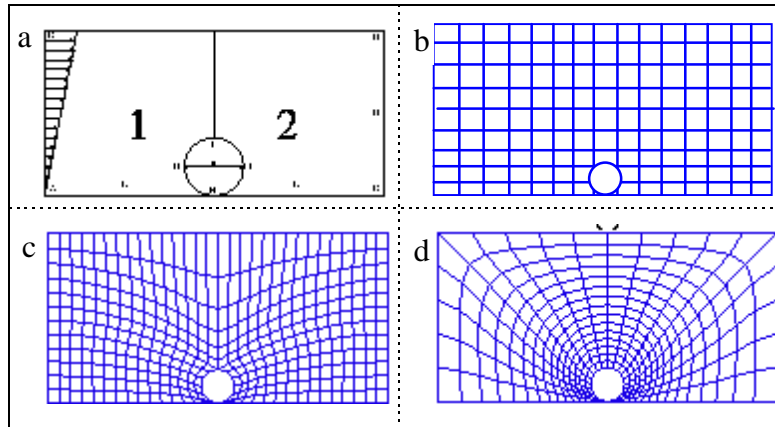
- $\mathbf{V}=[\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_f]$  : Espace dans lequel le champ est défini.
- $[t_i, t_f]$  : Intervalle de temps pour le champ.
- $u(\mathbf{x},t)$  : Fonction Changement de vitesse (champ de vitesse).
- $T(\mathbf{x},t)$  : Fonction Changement de température (champ de température).
- $\rho(\mathbf{x},t)$  : Fonction Changement de pression.
- $\delta(\mathbf{x},t)$  : Fonction Changement de densité.
- $\nu$  : coefficient de dissipation de fluide (proportionnel à l'accélération).
- $E(\mathbf{x},t)$  : Distribution de l'énergie dans le fluide.
- $e(t)$  : énergie accumulée par le fluide.

A partir de maintenant pour parler d'un champ de mouvement, on fera toujours référence à sa fonction de changement de vitesse  $u(\mathbf{x},t)$  à moins que le contraire ne soit spécifié.

## 2.2.2 Eléments Finis

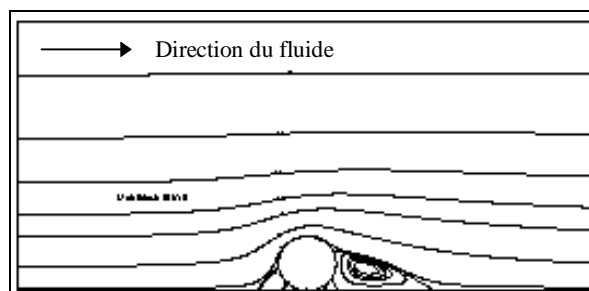
Il est possible d'obtenir une solution des équations de Navier-Stokes si on a les conditions de frontière appropriées, les méthodes pour les résoudre sont souvent très complexes et il est nécessaire de posséder une grande capacité de calcul. Les méthodes les plus adaptées à ce type de situation sont les méthodes d'éléments finis ou de volumes finis.

La méthode des éléments finis est, en général, une méthode numérique pour résoudre des équations différentielles. Elle consiste en la subdivision du domaine spatial du problème en un ensemble d'éléments non superposés (généralement des triangles ou des quadrilatères)  $K_e, e=1,2,\dots,M$ , pour construire un ensemble de fonctions de forme discrètes  $N$ , en utilisant une ensemble défini de degrés de liberté  $U$  (ensemble de variables inconnues du problème discret). Le but étant d'obtenir de cette façon une approximation à une formulation finie du problème.



**Figure 3** - Méthodes de subdivision du domaine : **a** - décomposition du domaine, **b** - échantillonnage uniforme de l'espace, **c** et **d** - méthodes d'échantillonnage adaptatifs.

La subdivision du domaine (Figure 3) correspond directement à un échantillonnage de l'espace d'évaluation du problème. Cette subdivision du domaine doit toujours produire une approximation continue de la solution. Pour cela, il est nécessaire que, si deux éléments sont connexes, ils n'aient qu'une seule arête ou face en commun. Dans le cas contraire il y aurait des discontinuités dans la solution du problème. L'ensemble  $N$  des fonctions discrètes, peut être résolu par n'importe quelles méthode numérique de résolution des équations simultanées.



**Figure 4** - Solution stationnaire du flux autour d'un cylindre par l'utilisation des éléments finis (ici on voit la turbulence derrière le cylindre).

Bien que cette méthode soit capable de produire des résultats très précis (Figure 4), elle est très coûteuse en temps de calcul et en consommation mémoire. En effet, la quantité des variables est directement proportionnelle au nombre d'éléments et, pour obtenir une bonne solution, il faut avoir défini un nombre relativement important d'éléments.

Pour diminuer le nombre de ces éléments, il est possible d'utiliser des méthodes d'échantillonnage adaptatifs qui subdivisent l'espace selon le type de problème à résoudre, et selon la géométrie des objets mis en jeu.

---

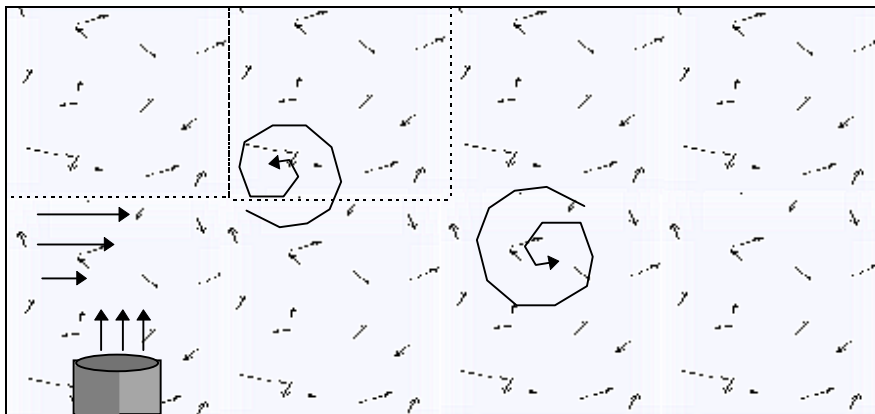
## 2.3 Modélisation Stochastique

### 2.3.1 Champs de mouvement aléatoire

Une autre stratégie de représentation des flux est la modélisation stochastique [AVE89] [STA93] [REE85]. Pour cela, on utilise des processus stochastiques et de synthèse de Fourier pour obtenir un champ de mouvement dans une domaine spacio-temporel. Les résultats sont ensuite inversés pour obtenir un champ de mouvement périodique dans cet espace. Il y a deux méthodes pour contrôler ce modèle. La première est une évolution déterministe dans l'espace temps (surtout pour l'interaction avec des objets rigides). La seconde consiste à définir que l'évolution dans le temps est aussi un processus stochastique.

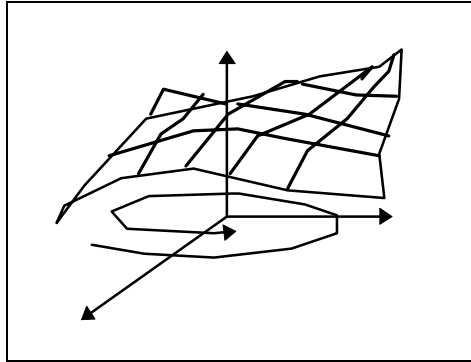
Le champ déterminé pour n'importe quelle méthode doit remplir deux attributs de base :  
Il doit être périodique tout en étant défini en tout point de l'espace temps,  
Il doit être créé dans un espace discret et peut être recalculé itérativement par interpolation.

A la place de définir un champ de mouvement aléatoire pour tout l'espace de simulation, Stam [STA93] utilise une combinaison de méthodes géométriques et stochastiques pour améliorer la contrôlabilité du modèle. Il utilise les champs de mouvement aléatoires pour modéliser les irrégularités dans le comportement du fluide, c'est à dire la turbulence, et utilise le modèle de flux laminaire/flux idéal pour contrôler le flux général du fluide.



**Figure 5** - Répétition du champ de mouvement aléatoire comme une texture, en combinaison avec le modèle de définition du flux général du fluide proposé par Stam.

Pour la génération de champs de mouvement aléatoire, il profite du fait que, si on a défini un champ de mouvement aléatoire dans le domaine de Fourier, on peut obtenir une fonction d'énergie dépendant de l'espace, qui remplit les conditions pour le spectre d'énergie de Kolmogorov (Equation 15). Il est alors possible d'appliquer la transformation de Fourier inverse pour obtenir l'équation d'énergie réelle du champ. A partir de cette équation on obtient une fonction pour les champs de mouvement aléatoires qui n'a pas seulement un bon comportement mais qui a aussi la propriété d'être périodique. Elle peut donc être reproduite dans tout l'espace de la même façon qu'une texture sans se préoccuper de l'apparition d'artefacts visibles au niveau des discontinuités entre deux applications successives du patron originale (Figure 5).



**Figure 6** - Déformation de la grille des champs aléatoires par les champs de mouvement déterministes.

Avec ce modèle, Stam arrive à introduire des irrégularités dans le modèle de flux laminaire d'une façon très simple et qui permet d'obtenir une bon approximation visuelle des phénomènes de turbulence dans des phénomènes très spécifiques tels que la fumée et le feu.

Pour modéliser l'influence qu'a le flux général du fluide dans les champs de mouvement, Stam calcule pour chaque instant de temps, l'effet des équations de mouvement général du fluide sur la grille discrète défini par les champs aléatoire, en le déformant (Figure 6). De cette façon il arrive à diminuer l'apparition des artefacts qui auraient permis de découvrir la façon dont les champs aléatoires ont été reproduits dans l'espace.

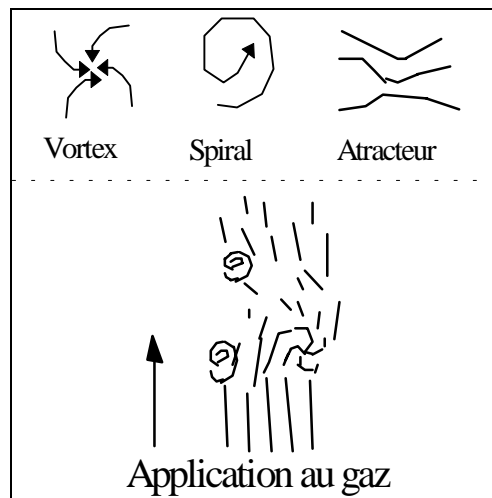
### 2.3.2 Bases de turbulence

Si on observe très attentivement les phénomènes turbulents, il est possible d'identifier très clairement un ensemble de formes qui ont tendance à apparaître de façon répétitive. Par exemple, les vortex sont très faciles à identifier et semblent apparaître de façon indépendante et aléatoire. De plus si on analyse la géométrie perturbée des autres phénomènes de turbulence moins évidents, on peut voir que ceux-ci sont une combinaison de formes de turbulence plus simple. Il est possible donc d'obtenir un ensemble de géométries de base qui, combinées entre elles, peuvent reproduire de façon très proche les phénomènes les plus complexes (Figure 7) [BAR96].

Selon cette observation, un phénomène de turbulence peut être assimilé mathématiquement a un groupe qui est défini à l'aide d'un ensemble de champs de mouvement linéairement indépendants et d'un ensemble d'opérations sur ceux-ci. Chacun de ces champs de mouvement est modélisé soit à partir des formes géométriques observées dans le phénomène réel, soit par des modèles physiques précalculés sous forme de turbulence (ou une géométrie de turbulence) standard dans un espace paramétrique. On peut donc exprimer un phénomène de turbulence de la façon suivante :

$$Ft = \langle \mathbf{ft}, \mathbf{Op} \rangle, \mathbf{ft} = \{ft_1, \dots, ft_n\}, \mathbf{Op} = \{Op_1, \dots, Op_m \therefore Op_i : \mathbf{ft} \times \mathbf{ft} \xrightarrow{Op_i} \mathbf{ft}\} \quad (4)$$

Où  $F_t$  est le phénomène de turbulence,  $Op$  est l'ensemble des opérations possibles sur la base, l'ensemble  $ft$  est l'ensemble des formes de turbulence, et  $ft_i$ ,  $1 < i < n$ , sont linéairement indépendantes.

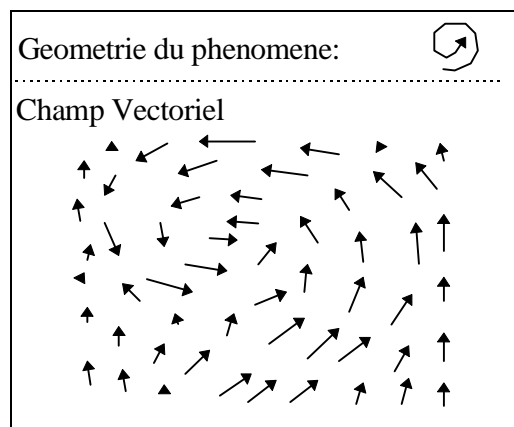


**Figure 7** - Exemple de base de turbulence

Chaque forme de turbulence  $ft_i$  est équivalente à un champ de mouvement et celui-ci doit être défini par des fonctions de vitesse, pression et température du fluide. Comme l'objectif est de profiter du fait que l'on connaît la géométrie du phénomène, le champ peut être défini par des fonctions vectorielles dans l'espace qui représente la géométrie de la turbulence.

Généralement ces fonctions sont continues sur l'espace paramétrique du champ et elles sont nulles dans les régions de l'espace où elles ne sont pas définies ou en dehors de l'espace paramétrique.

De cette façon, on peut garantir que le champ n'aura aucun effet sur le comportement du fluide dans ces régions. De cette façon également les opérations à réaliser entre les différentes formes de turbulence pour composer la simulation du phénomène, sont réduites à un simple problème de composition de fonctions vectorielles.



**Figure 8** - Exemple du forme de turbulence

---

Comme chaque champ de mouvement est défini par les variations de la vitesse du fluide et que l'équation de la forme de turbulence  $f(\mathbf{x},t)$  modélise seulement la trajectoire à suivre par le fluide. Les variations du vitesse vont être données par la deuxième dérivée de la fonction. Si on ajoute le taux de dissipation  $k$ , qui est produit par l'interaction entre les différents changements de pression, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\partial u(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \nabla^2 f(\mathbf{x},t) - k * \nabla p(\mathbf{x},t)$$

qui est équivalente à:

$$\frac{\partial u(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \nabla u(\mathbf{x},t) - k * \nabla p(\mathbf{x},t) \quad (5)$$

Cette équation correspond à un seul champ de la base. Elle a l'avantage de pouvoir être résolue très facilement par des méthodes numériques traditionnelles et d'une manière très efficace car on peut garantir qu'il s'agit d'une équation différentielle linéaire du premier ordre.

A partir de ces définitions, on peut introduire la définition du champs base comme les champs qu'il est possible de calculer avec une fonction spécifique, soit physiquement (Navier-Stokes), soit par des méthodes stochastiques directes (Champs Aléatoires), ou, dans le cas de bases de turbulence, par un champ déterminé par l'équation 4 à partir d'une définition géométrique.

## **2.4 Modélisation géométrique (Hypertextures)**

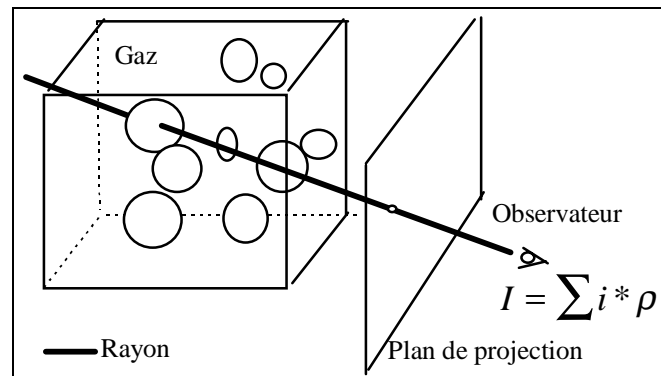
La troisième méthode très souvent utilisée pour la modélisation de phénomènes gazeux turbulents est la modélisation de gaz par une texture 3D ou texture solide (Hypertextures) [EBE94] [PER85].

Pour modéliser le gaz avec cette méthode, on utilise des fonctions de densité de volume pour la description de la géométrie du gaz. Pour accomplir cette tâche, les fonctions de volume et de densité sont des fonctions stochastiques plutôt aléatoires de bruit blanc et rose dont le seul but est de créer des discontinuités dans les fonctions de densité qui, normalement, sont des fonctions qui décrivent la géométrie du gaz selon le critère de l'artiste utilisateur.

Cette méthode est très orientée synthèse d'images et, généralement est très liée avec la méthode de rendu. La méthode la plus utilisée et qui donne les résultats les plus réalistes est une simplification du rendu de volumes [STA93] [EBE94] (utilisée en médecine), principalement car on s'assure que le gaz est confiné dans une espace fermé où la fonction de densité est définie.

De manière générale, Ebert [EBE94] a propose un système hybride, avec subdivision de l'espace en une sorte d'arbre octal où il utilise une méthode de a-buffer pour chaque ligne de rendu (dans un système de lancer de rayons) constituée d'une liste de tous les pixels avec les subdivisions qui sont partiellement ou totalement couvertes. Finalement ces fragments a-buffer sont réorganisés à l'aide d'un z-buffer. La liste fragmentée est appliquée pour obtenir la couleur finale du pixel.

Pour réaliser le rendu d'un volume, un rayon est lancé de l'observateur à travers un pixel vers la géométrie définie par le volume (Figure 9). Pour chaque incrément dans les sections du volume on calcule la fonction de densité. Couleur, densité, opacité, ombre et illumination de chaque pixel sont calculés à partir d'un modèle d'illumination de faible albédo pour des gaz et des atténuations atmosphériques [EBE94] [STA93].



**Figure 9 - Rendu de Volumes**

Cette méthode permet d'obtenir des images de très bonne qualité mais il faut beaucoup d'essai-erreur (et d'effort humain) pour les obtenir. En effet il n'est pas possible de contrôler le comportement du gaz avec des paramètres physiques ou plus réels. Le problème principal de cette méthode est la définition des fonctions de bruit et de turbulence, car elles sont très spécifiques au type d'image que l'animateur veut obtenir et il est très difficile de les modifier pour obtenir un résultat différent. L'autre problème est qu'il est très complexe de trouver une bonne fonction aléatoire qui soit capable de produire le résultat désiré. L'avantage de cette méthode est de pouvoir combiner la méthode de visualisation avec d'autres méthodes de simulation de turbulence pour obtenir une méthode plus générale et adaptative.

---

### 3. Modélisation des milieux participants (état de l'art de la modélisation d'un gaz visible)

#### 3.1 Représentation Physique

##### 3.1.1 Gaz Parfait et Gaz Réels

Ce modèle de théorie cinétique de gaz parfaits a été proposé par Maxwell en 1859. Il fournit la signification fondamentale physique de la température et de la pression dans un gaz. Ce modèle a été amélioré plus tard par d'autres chercheurs pour représenter les gaz réels.

Le gaz parfait est défini à partir de trois hypothèses : la première concerne la structure des molécules, la deuxième l'interaction entre les molécules et la troisième l'équilibre statique.

- Pour la structure des molécules dans le modèle de Maxwell, les molécules d'un gaz parfait sont assimilées à des sphères dures dont le diamètre est négligeable devant la distance moyenne qui les sépare. Il en résulte qu'un gaz réel se comporte comme un gaz parfait lorsqu'il est suffisamment dilué.
- Conformément au modèle des sphères dures, les interactions entre molécules sont uniquement de très courte durée, ce qui localise l'interaction comme dans les collisions. Pour simplifier l'analyse, on suppose que les collisions sont élastiques.
- Les composantes des vecteurs position et quantité de mouvement des molécules, suivant trois directions orthogonales, sont distribuées au hasard : c'est le chaos moléculaire caractéristique de l'équilibre statistique.

Une fois admis le chaos moléculaire, il reste à préciser la loi statistique qui lui est associée. Pour établir cette loi, Maxwell a proposé trois hypothèses supplémentaires de nature statistique :

- En l'absence d'un champ extérieur, les molécules se répartissent uniformément par unité de volume (gaz en état statique), c'est à dire pour un nombre  $N$  de particules dans un volume  $V$ , la concentration moyenne est :  $\langle n_v \rangle = N/V$ .
- Les différentes directions du vecteur vitesse sont équivalentes ; on dit qu'il y a isotropie de vitesses (la vitesse n'apparaît que par sa norme).
- La répartition des particules en fonction de la vitesse, suivant une direction donnée ne dépend que de la composante de la vitesse suivant cette direction.

Pour calculer la pression du gaz, on part de la définition de la pression d'un fluide (force par unité de surface que ce fluide exerce sur la surface suivant sa normale). Mais comme le gaz parfait est composé de particules solides, la force sur une surface en contact avec le fluide doit être interprétée à partir des collisions de ses molécules sur la surface ce qui permet d'établir l'équation d'un gaz parfait :

$$pV = Nk_B = nRT \quad \text{avec} \quad R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

La température d'un gaz parfait est une mesure de l'énergie cinétique moyenne des molécules qui le composent :

$$U = \langle \varepsilon_k^m \rangle = N \frac{mv_q^2}{2} = \frac{3}{2} Nk_B T = \frac{3}{2} nRT$$

Les limites de modèle du gaz parfait sont dues aux interactions moléculaires. Ces dernières sont prises en compte dans l'équation d'état des gaz réels, notamment dans l'équation de Van der Waals :

$$\left( p + n^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

Maxwell a démontré également que la densité de probabilité de la norme de la vitesse avait pour expression :

$$P_v(v) = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} 4\pi v^2 \exp\left( -\frac{mv^2}{2k_B T} \right)$$

Les trois vitesses caractéristiques de cette distribution statistique sont :

$$v_p = \left( \frac{2k_B T}{m} \right)^{1/2}, \quad v_m = \left( \frac{8k_B T}{\pi m} \right)^{1/2} \quad \text{et} \quad v_q = \left( \frac{3k_B T}{m} \right)^{1/2}$$

### 3.1.2 Caractérisation d'un gaz basée sur le modèle physique

On peut remarquer que ce modèle peut être traduit de façon très naturelle par des méthodes de modélisation par systèmes de particules. En fait, on pourrait dire que c'est le modèle qui est à l'origine des premières méthodes numériques de systèmes de particules.

Physiquement, un gaz est équivalent à un ensemble de particules. Comme tout système de particules, il peut être représenté par une fonction de densité. Il faut tenir compte également du fait qu'un gaz est défini par une fonction de pression et de température, ainsi que par le volume qu'il occupe dans l'espace. En général, un gaz est un type spécial de fluide et peut être représenté par l'ensemble de variables suivantes en plus des variables de définition d'un fluide [STA93] [CFD95] [ROG94]:

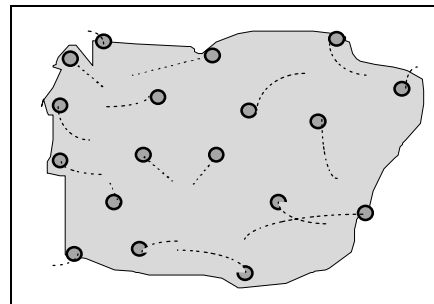
- $T(\mathbf{x},t)$  : Fonction de changement de température.
- $\rho(\mathbf{x},t)$  : Fonction de changement de pression.
- $\delta(\mathbf{x},t)$  : fonction de densité du gaz
- $k$  : taux de dissipation moléculaire du gaz
- $V$  volume total occupé par le gaz dans l'espace
- Densité,  $\delta$  Fonction de distribution de densité moléculaire ou des particules
- Ensemble des particules qui composent le gaz
- $f(t)$  Fonction d'évolution du gaz dans l'espace

Tout modèle de gaz doit permettre d'obtenir une valeur pour ces variables d'une façon directe ou indirecte pour chaque instant de temps de la simulation et pour tout les points de l'espace.

### 3.2 Systèmes de particules

Tous les objets dans la nature sont composés d'atomes et de molécules qui, si on les observe avec attention, dans le cas des objets gazeux sont très éloignés les uns des autres et ont un comportement indépendant des autres. C'est cette caractéristique de construction moléculaire d'un gaz qui lui permet d'être dilaté ou compressé d'une façon plus libre que les autres types de fluides. C'est l'exemple idéal d'un fluide compressible. C'est aussi par cette caractéristique qu'un gaz peut être associé idéalement avec un système de particules où les particules correspondent aux molécules qui composent le gaz (en fait ce modèle correspond au modèle de Maxwell pour le gaz parfait) [ROG84] [FOL93] (Figure 10).

Dans un gaz, les particules ont une liberté totale de mouvement, elles peuvent modifier la géométrie visible du gaz. Les chocs de ces particules avec les parois du contenant du gaz sont le seul moyen de calculer la pression totale du gaz.



**Figure 10** - Gaz représenté par un système de particules

En utilisant ce modèle, un gaz peut être défini de la façon suivante [FOL93]:

Gaz = {  $P_0, \dots, P_n$  } ou  $P_i$  est une particule définie par  $P_i = \langle x_i, v_i, a_i \rangle$ ,

Pour combiner ce modèle avec le modèle de phénomènes de turbulence, il suffit de combiner les valeurs des variables communes entre les deux modèles pour chacune des particules du gaz. La valeur du champ pour une particule est la valeur du champ de mouvement à la position de la particule. Si on appelle le champ de mouvement  $U$ , pour la particule  $P_i$ , l'équation de mouvement est une équation de la forme :

$$P_i.x(t+1) = P_i.x(t) + (P_i.v(t) + U.u(P_i.x(t), t)) * \Delta t + (P_i.v(t) + U.a(P_i.x(t), t)) * \Delta t^2 / 2 \quad (10)$$

L'avantage de cette méthode est la simplicité liée à l'implantation et l'exécution sur machine. Cependant le problème est que, pour obtenir une bonne approximation d'un modèle réel d'un gaz, il faut modéliser un nombre très grand de particules. Comme, pour chaque particule, il faut avoir un grand nombre de variables, la capacité de stockage doit être importante. De plus, il faut recalculer les équations de mouvement pour chaque particule. Comme généralement, les équations de mouvement qui décrivent un champ turbulent sont d'une grande complexité, il est nécessaire de posséder une grande puissance de calcul pour obtenir des résultats en un temps raisonnable [FOL93] [ROG84] [REE85].

---

### 3.3 Distribution de densité

Tout système de particules est associé à une fonction de densité dans l'espace temps  $\rho(x,y,z,t)$ , qui peut être définie de manière déterministe ou stochastiques. Elle est définie pour tout l'espace et peut être représentée par une équation d'advection diffusion (A-D) [AVE89] [STA93] [APO86] qui possède, de plus, un terme de dissipation  $\alpha(\rho,t)$  qui dépend du gaz à modéliser :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\mathbf{u} \nabla \rho + \kappa \nabla^2 \rho - \alpha(\rho, t) \quad (6)$$

le premier terme est le terme d'advection qui simule les effets du mouvement du gaz en supposant qu'il possède un vecteur  $\mathbf{u}(t)$ . Le deuxième terme représente la diffusion moléculaire de taux  $\kappa$  et le troisième est la dissipation de densité.

On suppose également que les particules n'ont pas d'effet dans le milieu, ainsi tout mouvement est défini seulement par sa localisation et l'effet que le milieu a sur elle. De cette façon, l'interaction avec le milieu et leur évolution sera simulé par la combinaison de la fonction de distribution de densité avec les différents modèles de phénomènes de turbulence

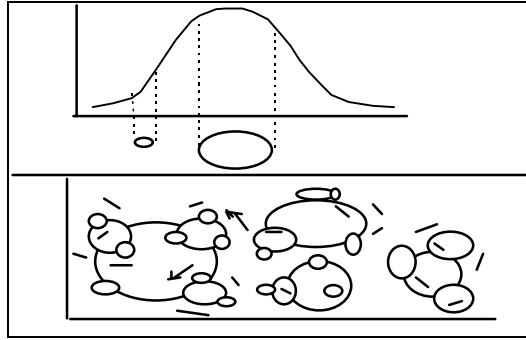
Dans l'équation 6 où on a défini un gaz comme une distribution de densité on peut voir facilement qu'il suffit de substituer les fonctions de vitesse et de pression par celles définies par le champ de mouvement ( $\mathbf{u}$  et  $p$ ) qui affectent le gaz. Mais si on peut trouver des résultats très rapidement de cette façon, la solution à cette équation pour des champs complexes est rapidement prohibitive en temps de calcul et en mémoire. Pour résoudre ce problème et obtenir les mêmes résultats, on peut transformer cette équation de la façon suivante [STA93] [APO86]:

On peut dire que la distribution de densité est une addition balancée d'une distribution simple  $f$ :

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^n m_i(t) * f(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)\|, t - t_i) = \sum_{i=1}^n \rho_i(\mathbf{x}, t), \quad (7)$$

C'est à dire, la distribution de densité est un « blob diffus » avec une fonction de champ dépendant du temps  $f$ , où  $\mathbf{x}_i(t)$  est le centre de la masse,  $t_i$  le temps de création de  $\rho_i$ , et  $m_i(t)$  sa masse.

Si  $f$  est une distribution gaussienne avec une déviation standard  $\sigma_0$  plus petite que le champ dont l'échelle du champ de mouvement est la plus petite, le champ peut être considéré comme constant dans chaque blob (Figure 11)



**Figure 11** - Distribution de densité en blob diffus  
(la grandeur est associée à une distribution de probabilité)

Ainsi, le terme d'advection fait évoluer le blob, mais il ne change pas sa forme, donc le mouvement du blob est donné par l'intégrale de son centre de masse dans le champ de mouvement :

$$\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}_i(t_i) + \int_{t_i}^t \mathbf{u}(\mathbf{x}_i(s), s) ds, \quad i=1, \dots, n, \quad (8)$$

La déformation est donnée par le terme de diffusion. Il faut noter que la diffusion à un taux  $\kappa$  après un temps  $t-t_i$  représentée par une gaussienne de variance  $\sigma_0^2$  est équivalente à la convolution d'une gaussienne de variance  $\kappa(t-t_i)$  avec autre gaussienne de variance  $\sigma_0^2$ . Comme les gaussiennes sont fermées sous convolution, le résultat à une variance:

$$\sigma_i^2(t) = \sigma_0^2 + \kappa(t-t_i),$$

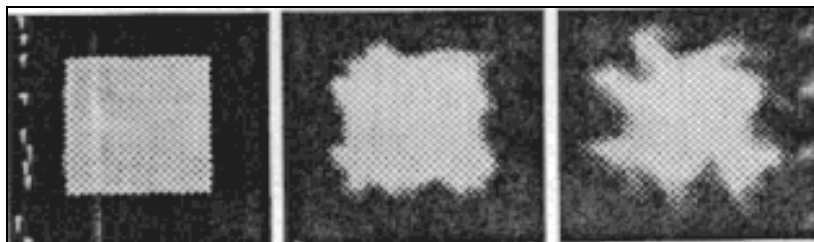
et:

$$f(r, t-t_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_i^3(t)} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_i^2(t)}\right), \quad (9)$$

alors  $f$  se disperse vers l'extérieur avec une variance  $\sigma_i^2(t)$  qui augmente avec  $t$ .

Le facteur de normalisation  $(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_i^3(t)$  permet de garantir que la masse est constante lors de la diffusion. Une fois que la variance est comparable à l'échelle du plus petit champ de mouvement, elle peut être remplacée par des blobs plus petits et distribue sa masse de manière égale entre eux. L'effet du terme de dissipation est une diminution exponentielle de la masse dans le temps :

$$m_i(t) = m_0 * \exp(-\alpha(t-t_i)), \quad (10)$$

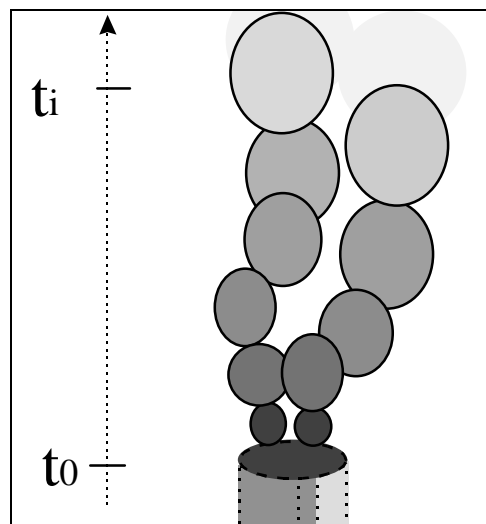


**Figure 12** - Evolution d'une distribution de densité

### 3.4 Blobs Diffus

Stam [STA93] a propose une méthode de modélisation des gaz basée sur une combinaison de la méthode de distribution de densité et une modification de la méthode des particules. Cette méthode modélise le gaz comme un système de particules où chaque particule ne correspond pas directement à une molécule du gaz. Cependant, il considère le gaz comme une distribution de densité où chaque particule correspond à une région du gaz dans l'état initial. Il admet ainsi que la densité est suffisamment uniforme pour être considérée constante dans cette région de l'espace.

Comme chacune de ses particules correspond à une région du gaz et que la densité du gaz change avec le temps, on peut assimiler ces particules à des blobs diffus. Ainsi, La diffusion du gaz est modélisée par le changement de taille du blob contrôlé par le terme de diffusion de la distribution de densité (eq.10). Le mouvement du gaz, quant à lui, est équivalent à l'application du terme d'advection (eq.8) au centre de gravité de chaque blob. L'effet du terme de dissipation (eq.9) dans le modèle de distribution de densité interagit avec le modèle du blobs de telle sorte que chaque blob ait une durée de vie limitée dans le temps (Figure 13).



**Figure 13** - Augmentation de la taille du blob et diminution de la densité générale du blob dans le temps.

Cette méthode permet d'obtenir de bons résultats avec un nombre de particules plus petites que la méthode pure du système de particules. Cela implique une diminution significative du temps de calcul et d'utilisation de la mémoire. Cette méthode a aussi comme avantage, en ce qui concerne la visualisation, de pouvoir associer les blobs à des ellipsoïdes et de modéliser la distribution de densité de chaque blob par sa transparence.

Le problème avec cette méthode est qu'il est possible d'identifier la façon dont les blobs sont représentés si le blob finit par avoir une grande taille. Une solution pour éviter cet problème est de limiter le temps de vie des blobs jusqu'à ce qu'ils arrivent à avoir une taille déterminée. En effet, on peut dire que la distribution générale de densité dans le blob sera trop faible pour contribuer de façon significative à l'image finale. Cependant, si plusieurs blobs de cette taille sont superposés, l'addition de leur densité doit être visible.

### 3.5 Blobs Déformés (Warped Blobs)

Cette méthode est principalement une généralisation de la méthode de modélisation du gaz par une distribution de densité représentée comme des blobs diffus. Le problème principal avec cette méthode est qu'il est possible d'identifier la forme ellipsoïdale du blob de façon très claire après que les blobs aient été affectés par une grande quantité de diffusion. C'est à dire après un temps suffisant de simulation. Cet effet a comme origine le fait que le phénomène de diffusion du gaz est modélisé par l'augmentation de la variance ( $\sigma + \eta t_0$ ) de la distribution dans le temps, et que cette valeur est directement liée au contrôle de la taille de chaque blob.

Malgré tout, le modèle des blobs diffus est une bonne approximation de la simulation d'un gaz, le problème est que dans les gaz réels, la géométrie de la distribution de densité représentée par chaque blob évolue d'une façon complètement irrégulière. Cette irrégularité est le résultat de l'advection dans le gaz (représentée par le champ de mouvement) (Fig.-9).

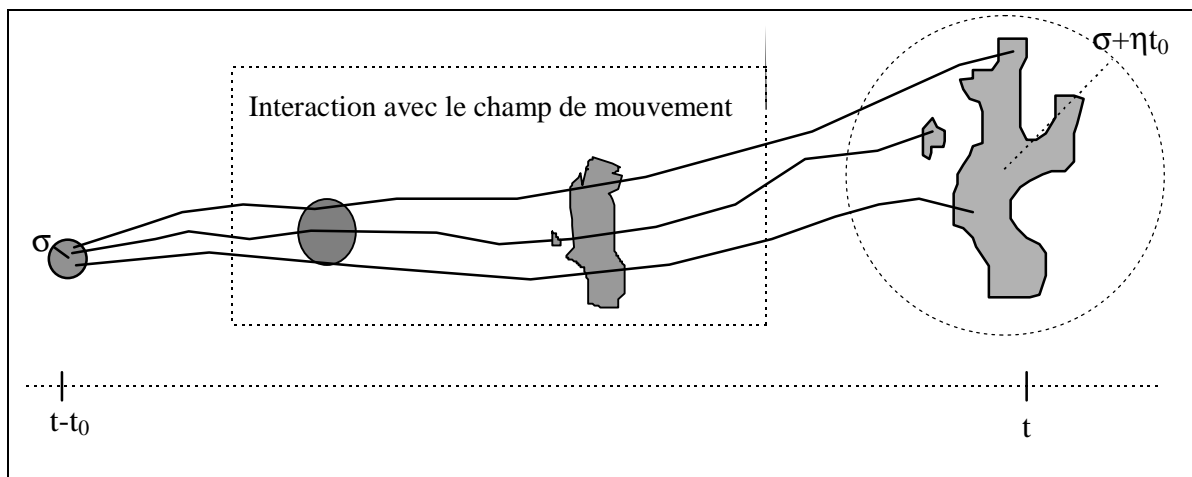


Figure 14 - Evolution d'un blob déformé

Pour modéliser ces irrégularités, Stam [STA95] a proposé une extension au modèle de blobs diffus. Il essaie de suivre l'évolution de la géométrie de chaque blob de la même manière que l'advection d'un blob régulier dans un espace de temps  $t_0$ . Pour atteindre cet objectif, il faut prendre des échantillons dans le blob au temps  $t-t_0$  et, petit à petit, suivre chaque échantillon au temps  $t_0$  à travers le champ de mouvement. Cependant, cette méthode introduit des artefacts d'échantillonnage.

Une meilleure méthode est de revenir, à partir du blob déformé, au blob initial (Fig.9). Ainsi, pour chaque point  $x$ , il y a un point  $x^{-1}$  qui lui correspond. Celui-ci est obtenu par un suivi itératif à travers le champ de mouvement jusqu'au temps  $t_0$  (Figure 14) :

$$x^{-1} = x - \int_t^{t-t_0} u(x(t'), t') dt', \quad (11)$$

---

Pour prendre en compte la déformation du blob dans la méthode de blobs diffus, il suffit de calculer cette intégrale pour chaque blob à chaque instant de temps de la simulation, ce qui peut être effectué par des méthodes numériques simples.

Cette méthode a comme avantage qu'il est possible d'obtenir de meilleurs résultats avec la même quantité de blobs que dans la méthode simple de blobs diffus. Cependant, elle entraîne un coût de calcul plus élevé car il faut calculer, en plus, l'intégrale de l'équation 11 pour un ensemble d'échantillons pour chaque blob. Cela peut augmenter le temps de calcul de façon très significative. En effet, pour résoudre l'intégrale, il faut calculer la valeur du champ de mouvement jusqu'à l'intervalle de temps  $t_0$  pour chaque échantillon alors qu'auparavant il suffisait de calculer la valeur du champ seulement pour le centre de gravité de chaque blob.

Un avantage de cette méthode est que, bien que le temps de calcul soit plus élevé, il est possible d'obtenir les mêmes ou de meilleurs résultats que la méthode simple des blobs diffus avec une quantité significativement plus petite de blobs. En effet, le fait de calculer les effets de l'advection dans la géométrie du blob avec des échantillons peut être assimilé à avoir un ensemble additionnel de blobs définis de façon implicite. A la limite, ce modèle peut être considéré comme très proche du modèle traditionnel de systèmes de particules.

---

## 4. Modèle Proposé

Finalement, après avoir analysé les différentes méthodes de modélisation possibles pour résoudre chacun des problèmes évoqués on a choisi d'utiliser les suivantes :

- Fluides : On a choisi de représenter un fluide par des champs de mouvement car on peut obtenir une bonne représentation du comportement du fluide et ils sont très facilement programmables.
- Phénomènes de turbulence : Pour la représentation de phénomène de turbulence, on a choisi la représentation par niveaux de turbulence en association avec les bases de turbulence, car on bénéficie de la flexibilité des méthodes stochastiques contrôlées par des paramètres physiques.
- Gaz: Pour la modélisation du gaz, on a choisi le modèle de distribution de densité car cette méthode permet de représenter de façon très fidèle le comportement d'un gaz avec une capacité de calcul plus réduite que pour le système de particules pur.

### 4.1 Modélisation du champs de turbulence

#### 4.1.1 Modèle multi-niveau du champ de mouvement

Dans la dynamique des fluides traditionnelle, il a été observé qu'un champ de mouvement turbulent est composé principalement de deux niveaux de turbulences : à petite et grande échelle. La turbulence à grande échelle correspond en général au mouvement général du fluide (par exemple la direction du courant dans un fleuve) et plus exactement, sont inclus dans cette classification les champs de mouvement qui représentent les flux laminaires. Les champs de petite échelle par contre, correspondent aux phénomènes de turbulence proprement dits. Basé sur cette observation, on peut proposer un modèle pour des champs de mouvement en complétant cette définition de la façon suivante :

- On peut supposer qu'un champ de mouvement complexe  $u(\mathbf{x},t)$ , peut être défini par la composition linéaire de deux ensembles de champs possibles : champs à Grande Echelle ( $U_g(\mathbf{x},t)$ ) et champs à Petite Echelle ( $U_p(\mathbf{x},t)$ ):

$$u(\mathbf{x}, t) = \alpha U_g(\mathbf{x}, t) + \beta U_p(\mathbf{x}, t), \quad (11)$$

- Chaque ensemble de champs  $U_g$  et  $U_p$  est une composition de champs de mouvement de chaque type:

$U_g$  est une composition de champs de base :

$$U_g(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_{b_i}(\mathbf{x}, t), \quad (12)$$

$U_p$  est une composition de champs à petite échelle  $u_i(x,t)$ :

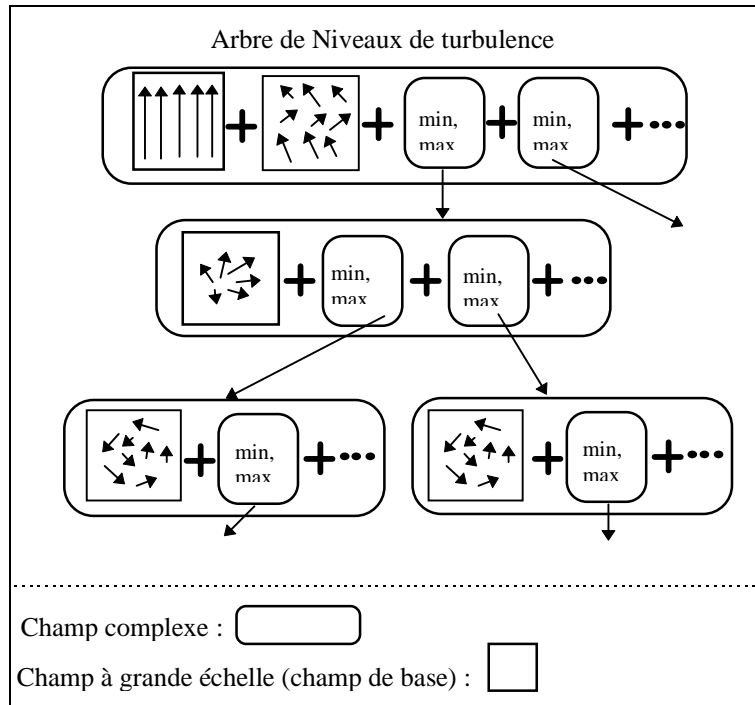
$$U_p(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^n u_i(\mathbf{x}, t) * \sigma_i * r(\mathbf{x}, t), \quad (13)$$

Dans cette équation,  $\sigma_i$  est la variance du champ vectoriel à petite échelle  $u_i(x,t)$ , et  $r(x,t)$  est la fonction d'apparition déterminée a priori. C'est cette fonction de bruit qui détermine la probabilité de l'apparition de champs de mouvement à petite échelle. C'est dans cette fonction que l'on peut insérer des irrégularités dans l'apparition et l'application du phénomène de turbulence, pour obtenir un meilleur résultat.

Chacun des champs à petite échelle  $u_i(x,t)$  correspond à un champ de mouvement complexe. De cette façon, si on applique la définition du champ complexe, tous les  $u_i$  sont définis de la manière suivante:

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \alpha U_{g_i}(\mathbf{x}, t) + \beta U_{p_i}(\mathbf{x}, t), \quad (14)$$

De cette façon, un champ de turbulence peut être représenté par un arbre n-aire de champs, de profondeur m (Figure 15). La définition réursive de cette fonction se termine quand, pour tous les  $u_i$  d'un niveau déterminé, les  $U_{p_i}$  correspondent à un ensemble vide. C'est à dire qu'il n'est défini que par l'ensemble des  $U_{g_i}$  (composition linéaire des champs de base).



**Figure 15** - Modèle de Champs de Mouvement multi-niveaux

---

## 4.1.2 Utilisation de Bases de turbulence

L'intégration entre le modèle de champs de mouvement par plusieurs niveaux et le modèle de bases de turbulence peut être faite d'une façon très naturelle, car les deux modèles sont complémentaires.

Pour intégrer le modèle de bases de turbulence dans le modèle de champs de mouvement multi-niveaux, il suffit de faire la correspondance entre les champs de la base de turbulence et les champs à grande échelle du modèle de champs multi-niveaux. Au niveau de la base de turbulence, il faut compléter l'information traditionnellement stockée dans la base par l'ajout des données qui décrivent le spectre d'énergie du champ. La relation entre les spectres d'énergie de chacune des turbulences et les probabilités d'apparition dans les autres champs de la base pour la génération de la turbulence de façon conséquente avec les règles d'échange d'énergie du modèle est présentée dans la section suivante.

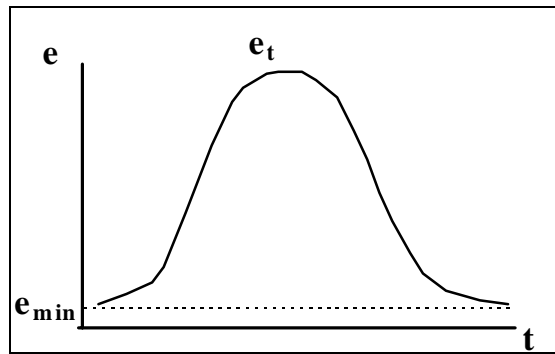
## 4.1.3 Evolution du modèle

### 4.1.3.1 Echange d'énergie

Une fois le modèle de champ de mouvement défini, il est facile de comprendre la composition d'un champ de turbulence à un instant déterminé du temps, mais il manque encore la description de la façon dont le modèle doit évoluer. C'est à dire ce qui détermine l'apparition et la disparition du champ, son temps de vie, sa grandeur, sa position, son orientation et le type de champ de base qui doit apparaître.

Pour répondre à ces questions, il faut faire référence une de fois plus au modèle physique du phénomène, en tenant compte aussi des restrictions et des considérations basées sur l'observation :

- En premier lieu, tout phénomène de turbulence (champ) qui apparaît occupe un espace plus petit ou au plus le même espace (dans des circonstances très spéciales) que le champ à partir duquel il a été créé. Ainsi les champs  $U_i$  d'un niveau spécifique  $n$  sont plus petits que les champs  $U$  d'un niveau plus haut  $n-1$ , (ils occupent moins de volume dans l'espace):  $U_n \cdot V_n < U \cdot V_{n-1}$ .
- Tout champ de mouvement a une quantité maximale d'énergie accumulée associée  $e_t$ .
- Tout champ de mouvement a une fonction d'évolution d'énergie dépendante du temps  $e(t)$  (son spectre d'énergie). Cette fonction détermine directement la grandeur du champ et son temps de vie. Le rôle de cette fonction est de simuler le transfert d'énergie entre les champs eux-mêmes, ainsi qu'avec le milieu.



**Figure 16** - Exemple de spectre d'énergie  $e(t)$  typique pour un champ simple

- La somme totale des énergies de tous les champs et de l'énergie libre dans le milieu au cours de la simulation, doit être égale à l'énergie total du système définie au début de la simulation.
- Lors de l'apparition d'un nouveau champ, son énergie est proportionnelle à l'énergie de son père à ce moment et à cette position dans l'espace.
- La fonction de distribution d'énergie d'un champ dans l'espace  $E(x,t)$ , est associée au spectre d'énergie du champ  $e(t)$  et l'intégrale de cette équation d'énergie sur l'espace, pendant le temps  $t$ , doit être égale à la valeur  $e(t)$  pour le même  $t$ .

Maintenant on peut en déduire que le contrôle de l'évolution du modèle de champs peut être lié directement à la définition des fonctions d'énergie du champs. Il faut seulement identifier la relation entre les différentes fonctions d'énergie et les différents événements importants pour l'évolution du modèle ainsi que les caractéristiques de bases que doit remplir une fonction pour représenter une fonction d'énergie valide.

#### 4.1.3.2 Cycle de vie du champ de turbulence

Si les événements importants pour l'évolution du système sont : création d'un champ, disparition d'un champ, changement de taille d'un champ et changement de position d'un champ, la relation entre chacun de ces événements et la fonction d'énergie est :

- Création d'un champ : un champ naît quand la fonction de distribution d'énergie du champ  $E(x,t)$  est plus petite qu'un pourcentage déterminé du spectre d'énergie :  $E(x,t) < e(t)*k$ , où  $0 < k < 1$ .

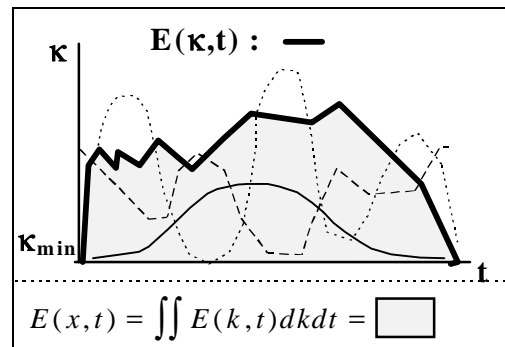
Cela signifie qu'un champ naît aux points où la fonction d'énergie  $E(x,t)$  possède un point minimum. Le type de champ est déterminé par le champ père et par la différence d'énergie dissipée entre ce point et ses voisins.

- Disparition d'une champ : Un champ disparaît quand son spectre d'énergie  $e(t)$  possède une valeur minimum. Ce point minimum est déterminé par l'utilisateur comme le niveau minimum de rétro alimentation du système.
- Changement dans la taille du champ : Un champ de mouvement change de taille en changeant son maximum d'énergie accumulée. C'est à dire l'évolution dans l'espace du volume occupé par un champ est déterminé par  $e(t)$  et la relation entre les deux. Par exemple, si un champ est créé avec une énergie  $e_0$  et un volume  $V_0$ , il doit satisfaire l'équation suivante :  $V(t)=(e(t) * V_0)/e_0$ .
- Changement de la position d'un champ : un champ de mouvement change de position de la même manière qu'une particule dans le champ père. La position de cette particule est donnée par le centre du champ fils.

Les fonctions d'énergie sont toutes des fonctions positives. L'interprétation physique de la fonction de distribution d'énergie dans le champ  $E(x,t)$  est la contribution cinétique au champ de mouvement. Ces fonctions peuvent être des fonctions arbitraires, à condition que l'intégrale suivante dans l'espace de Fourier soit satisfaite (spectre d'énergie de Kolmogorov<sup>2</sup>) [STA93] [CFD95] (Figure 17):

$$\frac{1}{2} u(x,t)^2 = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(k,t) dk dt, \quad (15)$$

La fonction du spectre d'énergie peut être n'importe quelle fonction positive à condition qu'elle ait comme borne supérieure l'énergie libre du système.



**Figure 17** - Exemple de composition de fonctions d'énergie cinétique dans l'espace de Fourier pour obtenir la fonction d'énergie  $E(x,t)$  du champ (spectre d'énergie de Kolmogorov).

En général ces fonctions d'énergie peuvent être associées plus directement à des distributions de probabilité (normale, gaussienne, poisson, etc.) car celles-ci ne garantissent pas seulement d'être positives et continues, mais également remplissent les conditions de l'équation 9 [STA93]. Ce type d'équation permet aussi de caractériser le type de solution, dépendant du type de distribution, en simplifiant le système de contrôle pour l'utilisateur. Par exemple, dans le cas des distributions normales, il est important de connaître les valeurs de la moyenne et de la variance.

<sup>2</sup> Evolution contrôlé par le spectre d'énergie de Kolmogorov (hypothèse de dissipation de longueur d'onde dans l'espace de Fourier pour l'énergie d'un fluide)

---

## 4.2 *Modèle du milieu (hiérarchie de blobs diffus)*

Pour la modélisation du milieu, on a choisi d'utiliser comme point de base, la méthode proposée par Stam et Maxwell, qui propose de modéliser un gaz par une distribution de densité de probabilité. Pour l'implémentation de ce modèle, on propose une extension au modèle de blobs diffus.

Le problème principal de la méthode de blobs diffus est, qu'avec un temps de calcul très long, il est possible d'identifier clairement la géométrie utilisée pour modéliser les blobs, ce qui introduit des artefacts visuels dans le résultat final de la simulation. Un deuxième problème avec la méthode de base, est, que si un blob a réussi à atteindre une taille plus grande que l'échelle de turbulence la plus petite, il ne sera pas affecté par ces phénomènes de turbulence. Cela va se traduire par une perte dans la qualité de la simulation.

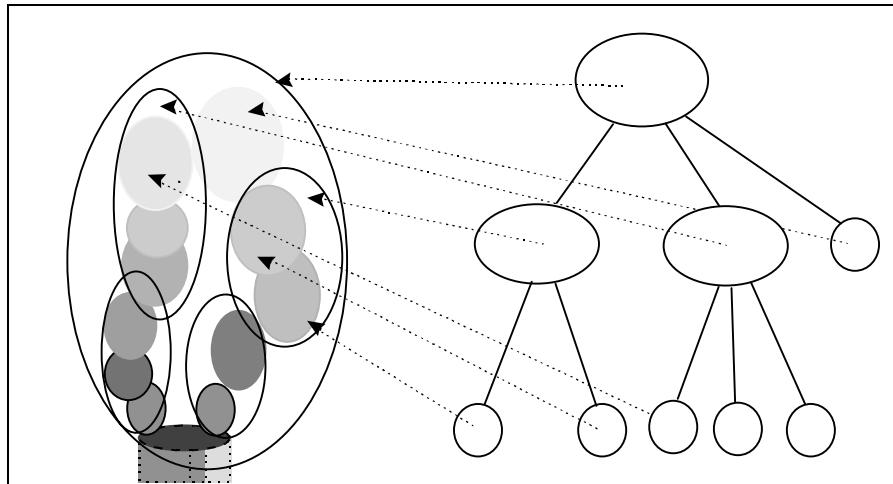
Pour résoudre ces problèmes il existe plusieurs méthodes. Le premier problème peut être résolu partiellement par l'élimination des blobs qui ont réussi à atteindre une taille déterminé. En effet, on suppose que leur contribution à densité du gaz est tellement faible qu'elle peut être considérée nulle. Le problème est que, s'il y a plusieurs blobs superposés dans l'espace, l'addition de ces densités faibles peut être considérable à long terme.

Le deuxième problème peut être résolu par l'élimination des blobs qui ont une taille plus grande que l'échelle de turbulence la plus petite. Mais, mis à part le même problème que la solution utilisée dans le problème antérieur, cette solution pose le problème du contrôle des blobs qui ont une densité qui ne peut pas être ignorée.

Après avoir analysé les solutions possibles, nous avons apporté les modifications suivantes au modèle de blobs diffus :

- Quand un blob a réussi à avoir une taille maximum déterminé, à la place de disparaître, il est subdivisé en plusieurs blobs. Pour obtenir les nouveaux blobs, on recherche les régions du blob à diviser qui ont des caractéristiques similaires. Par exemple, une distribution uniforme de densité. On crée ainsi un nouveau blob englobant pour chacune de ces régions.
- Si un blob a une taille plus grande que l'échelle du phénomène de turbulence le plus petit, il est subdivisé aussi en plusieurs blobs.
- Pour faire disparaître un blob, à la place d'avoir uniquement la taille comme variable de contrôle, on utilise la densité totale du blob. S'il a une densité plus petite que la densité minimum déterminée, on fait disparaître le blob.

Pour améliorer le temps de rendu, on tire avantage de la subdivision du blob pour construire une hiérarchie d'ellipsoïdes qui est équivalente aux méthodes de volumes englobants pour l'accélération du rendu. Les feuilles correspondent aux blobs proprement dits (les blobs visibles à un instant de temps donné) et les noeuds dans les niveaux plus hauts de l'arbre correspondent aux données des blobs qui sont à l'origine des blobs visibles (Fig. 18). Grâce à cette méthode, il est possible de limiter la qualité du rendu selon les objectifs de la simulation, en limitant la profondeur de la hiérarchie à visualiser (Figure 18).



**Figure 18** - Hiérarchie de blobs.

Bien que Stam [STA93] ait proposé l'utilisation d'une hiérarchie de blobs pour l'accélération du rendu (plus exactement la construction d'un arbre binaire), il fallait recalculer à chaque instant de temps tout l'arbre à partir des équations de distance entre l'ensemble de blobs pour trouver le voisin le plus proche de chaque blob et ainsi reconstruire la hiérarchie. C'est ce qui est très coûteux en temps de calcul. Cependant cela est nécessaire, car le mouvement et la création de nouveaux blobs par la source (pour maintenir la continuité de la simulation) invalide la hiérarchie à chaque instant de temps. De plus, la méthode de base des blobs diffus ne fournit pas d'information suffisante sur la relation entre l'ensemble des blobs pour maintenir facilement la hiérarchie de façon plus adaptative

Par contre, lorsque l'on profite de l'information de subdivision des blobs, il est possible de construire l'arbre de façon adaptative, et pour le maintenir à jour il suffit de parcourir la hiérarchie à chaque instant de temps en actualisant les données de taille de chaque noeud de l'arbre. Le seul problème pour maintenir la consistance de la hiérarchie des ellipsoïdes lors de l'actualisation de l'arborescence est lorsque l'un des blobs tombe complètement dans un autre blob parent différent du sien. Il faut alors vérifier quel parent est le plus proche (distance entre les centres) et actualiser en conséquence les liens des deux branches s'il faut changer le blob de parent.

### **4.3 Interaction entre le modèle du gaz et le modèle de turbulence**

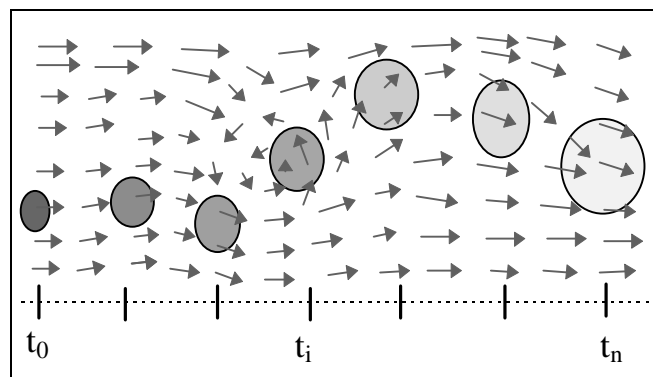
C'est l'interaction entre le modèle du gaz et le modèle de turbulence qui nous permet finalement de visualiser les effets de ces phénomènes sur les objets naturels tels que la fumée ou les nuages. La combinaison entre ces deux modèles peut être faite de façon très directe car il existe une correspondance directe entre les équations d'advection du gaz et les équations de mouvement de fluide définies par le champ de mouvement.

Du point de vue empirique du modèle du gaz représenté par une distribution de densité, il suffit de remplacer les valeurs du champ de mouvement par la pression, densité et température, dans l'équation du gaz (équation 6), et de résoudre le système d'équations résultant. Mais la résolution empirique de ce système d'équations peut être très complexe.

---

Par contre, comme un gaz est modélisé finalement par une composition de blobs diffus, il suffit de résoudre l'équation de distribution de densité pour la configuration initiale du gaz. On utilise, par la suite, uniquement les termes de diffusion et de dissipation moléculaire pour calculer l'évolution de densité de chaque blob.

Pour calculer l'advection du gaz, on utilise simplement la valeur produite par le modèle du champs de mouvement à la position qui correspond au centre de chaque blob (qui est équivalente à la vitesse du fluide à cette position et à un instant donné) pour calculer la nouvelle position du blob. Ce mode d'interaction entre le modèle de blobs et le modèle de champs de mouvement peut être assimilé au plongement de particules colorés dans un fluide dont les particules (dans ce cas les blobs) sont seulement une façon de visualiser le flux du fluide (Figure 19)



**Figure 19** - Evolution d'un blob plongé dans un champ de mouvement.

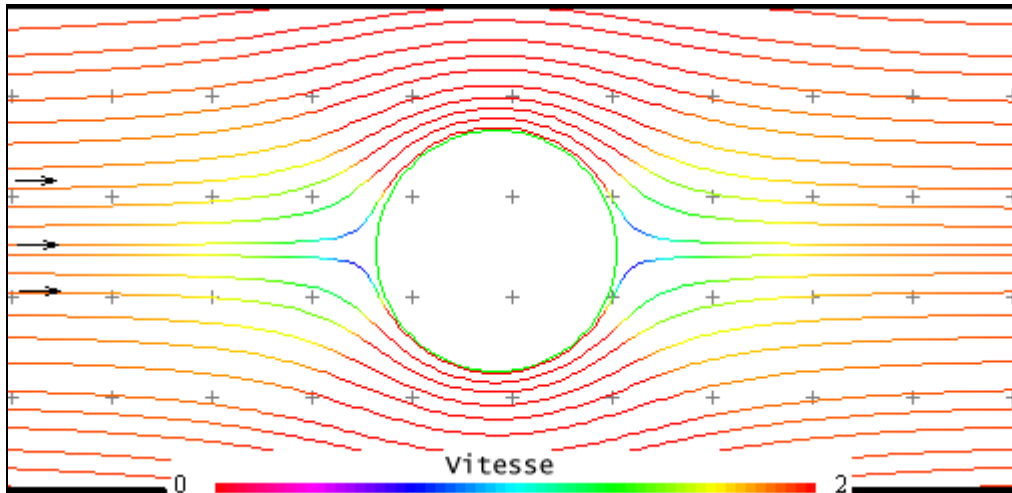
#### **4.4 Visualisation du Champs du mouvement**

##### 4.4.1 Lignes de Flux

L'idée originale des lignes du courant est basée sur l'observation que lorsqu'on insère une particule dans un champ, la trajectoire définie par le chemin parcouru par la particule est toujours tangentielle à une ligne de courant. La ligne de courant est construite en traçant le chemin de la particule [STR95] [CFD95]. Cette ligne représente les changements de trajectoire dans la vitesse du fluide représentés dans le champ de mouvement. Ces lignes permettent la visualisation de l'évolution du phénomène d'une façon très proche des définitions de base de la turbulence. En effet, elles permettent de visualiser très clairement la géométrie du phénomène [ROG84] [STR95] [CFD95] (Figure 20<sup>3</sup>)

---

<sup>3</sup> Image fait avec l'Applet Java : Ideal Flow Machine : <http://www.aoe.vt.edu/aoe5104/ifm/ifmapp.html>



**Figure 20** - Lignes de courant pour un flux laminaire autour d'un cylindre et entre deux parois parallèles.

Une seule ligne de courant peut être construite par l'insertion d'une particule à l'origine du flux et en dessinant le chemin suivi par la particule [CFD95] [KAS90] [ROG84]

#### 4.4.2 Champs Vectoriels

La visualisation de champs vectoriels par sa complexité et sa difficulté est un des grands problèmes de la visualisation scientifique. En effet, les techniques de visualisation dans ce domaine sont en perpétuelle évolution [POS93].

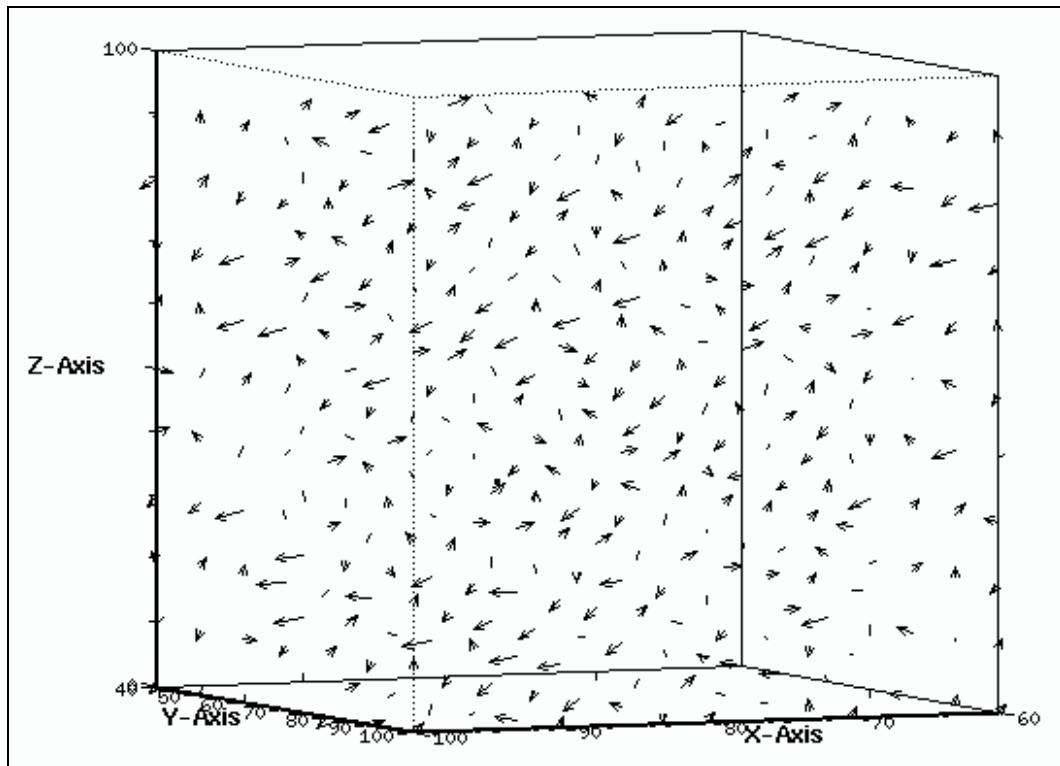
Traditionnellement les systèmes de visualisation ont plus de facilités pour visualiser des données de pixels. Dans ce cas, l'ensemble de données est un cube de vecteurs tridimensionnelles. Ces vecteurs représentent une prise d'échantillons instantanés des points dans un champ vectoriel tridimensionnel.

Ici, on décrit les techniques les plus courantes pour la visualisation de champs vectoriels en vue de l'étude de la dynamique de fluides. Ces techniques ont, la plupart du temps, une correspondance directe avec des techniques expérimentales [BRO95]. Elles peuvent être subdivisées en deux classes :

- Visualisation explicite du champ vectoriel : Ces techniques permettent la visualisation de tout le champ vectoriel de telle sorte qu'il soit possible d'identifier clairement la valeur du champ vectoriel dans tout l'espace-temps. Dans ce type de visualisation, les modèles les plus courants sont :
  - Flèches : La solution la plus évidente pour représenter un cube de données où chaque donnée correspond à un vecteur, est de visualiser chaque vecteur comme une flèche. Cette technique est une simple analogie d'un graphique de flèches dans l'espace à deux dimensions. La direction de la flèche correspond à la direction du vecteur et la longueur de la flèche à la magnitude du vecteur. (Figure 21).

Malheureusement, cette technique possède un inconvénient important. En effet, la position et l'orientation d'une flèche individuelle est complètement ambiguë. De plus, s'il y a un grand nombre de vecteurs il sera impossible de distinguer clairement les flèches qui peuvent être occultées par d'autres. Cela peut entraîner une perte d'information.

Cependant malgré ces problèmes, cette méthode permet d'obtenir de façon très simple et rapide, une bonne approximation visuelle du champ vectoriel dans le cas où le nombre de vecteurs à visualiser est relativement faible.



**Figure 21** - Visualisation d'un champ vectoriel par le méthode de visualisation de flèches.

- Vecteurs solides: Une autre méthode pour la visualisation des champs vectoriels de manière explicite est l'utilisation de vecteurs solides, quelquefois appelés « fusée ». Une vecteur est simplement une façon de visualiser les flèches comme des objets tridimensionnelles (un cylindre avec une cône). Bien que cette méthode donne plus de pistes visuelles sur la direction réelle du vecteur, et que visuellement elle soit plus agréable, il est nécessaire, pour des grands quantités de vecteurs, de calculer la moyenne et de visualiser le résultat pour diminuer le phénomène de d'occlusion. Elle a également l'inconvénient de nécessiter plus de temps de calcul que la méthode des flèches pour obtenir une image.
- Visualisation implicite du champ vectoriel: ces techniques ne visualisent pas exactement le champ vectoriel mais la façon dont il affecte le milieu. Dans ce type de visualisation, les modèles les plus courants sont :

- Lignes de flux et méthodes analogues : Ces méthodes sont basées sur le principe de la visualisation de la trajectoire des différents éléments plongés dans le champ de mouvement (cette méthode est présentée en détail dans la section antérieure).
- Méthodes de topologie : Avec cette technique, les points critiques dans le champ vectoriel dont le vecteur est nul sont identifiés et classifiés comme des sources, attracteurs, .. Les points critiques sont connectés pour subdiviser le fluide en régions possédant des propriétés homogènes [HEL89].
- Quantités scalaires : Il est possible de calculer des quantités scalaires pour le champ vectoriel comme la magnitude de la vitesse, de la température, de la densité, ou la magnitude de la vorticité (défini comme  $\nabla \times \text{vitesse}$ ) et les visualiser en utilisant les techniques de cubes de données scalaires : Rendu de volumes, données de particules, rendu d'iso-surfaces, tranche de données, techniques de fausses couleurs, ...

## 4.5 Visualisation des Milieux Participants

### 4.5.1 Illumination et rendu dans le visible

Le modèle que nous venons de définir a été utilisé dans notre application de rendu réaliste basé sur un algorithme de radiosité progressive. De manière classique, les données photométriques correspondent à des facettes simples. Ces facettes sont en fait une partie d'objets solides et sont cr ees en fonction du gradient photométrique à la surface de l'objet ou des discontinuités fortes qui peuvent y apparaître (ombres portées principalement).

La prise en compte de notre structure représentative des milieux participants s'intègre dans ce système sans changements majeurs. En effet, la structure hiérarchique de nos volumes permet de les considérer, à leur niveau le plus bas, comme un ensemble de petite ellipso ides. Ces volumes sont suffisamment petits pour être considérés de densité constante et admettre que la distance entre eux et entre un autre objet de la scène est plus grande que leur taille. Cette hypothèse posée, nous pouvons baser notre méthode d'illumination sur le même principe que celle de Stam [STA95b]. Cela signifie qu'il nous faut établir trois types d'algorithmes permettant de calculer les échanges énergétiques de facette   facette, facette   blob et blob   blob.

#### 4.5.1.1 échanges facette   facette

De manière classique, la luminance quittant une facette  $P_1$  et atteignant une facette  $P_2$  suivant une direction  $s_{12}$  peut être représentée par:

$$dI_{12}^{in}(s) = I_1(n_2 \cdot s_{12}) ds$$

Où  $n_1$  et  $n_2$  désignent respectivement les normales aux facettes  $P_1$  et  $P_2$ ,  $s$  est la surface de la facette  $P_2$ . Cette équation peut être représentée en terme d'aire infinitésimale  $dA_1$  en considérant l'angle solide sous-tendu par cette aire:

$$ds = (-n_1 \cdot s_{12}) \frac{dA_1}{d^2}$$

Où  $d$  représente la distance entre les deux facettes. Ainsi l'énergie totale incidente en un point de la facette  $P_2$  provenant de la facette  $P_1$  est donnée par l'intégration sur l'ensemble de la surface  $A_1$  de la facette  $P_1$ :

$$I_{12}^{in} = I_1 \int_{A_1} dI_{12}(s) = I_1 \int_{A_1} \frac{(-n_1 \cdot s)(n_2 \cdot s)}{d^2} dA_1 = I_1 F_{12}$$

Où  $F_{12}$  est appelé **facteur de forme** et, dans le cas de surfaces diffuses, dépend seulement de la géométrie des facettes. Le facteur de forme entre un disque de rayon  $r$ , de normale  $n_1$  et un point déterminé sur une facette de normale  $n_2$  est défini par:

$$F_{12}^{disk} = \frac{r^2}{r^2 + d_{12}^2} (-n_2 \cdot s_{12})(n_1 \cdot s_{12})$$

Où  $d_{12}$  est la distance entre le centre du disque et le point sur la facette. Lorsque la distance est grande ou la taille de la facette est petite, il est possible d'approcher celle-ci par un disque de surface équivalente et d'utiliser le facteur de forme pour calculer la luminance incidente sur la facette:

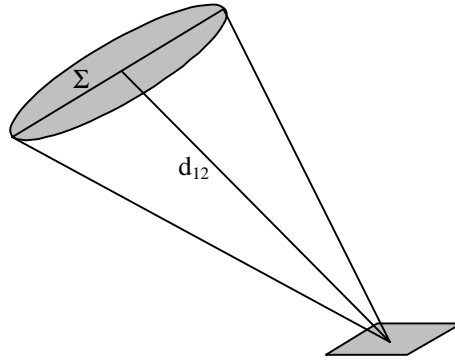
$$I_{12}^{in} = I_1 F_{12}^{disk}$$

#### 4.5.1.2 Echanges facette à blob

En fait, le calcul des échanges énergétiques entre facette et blob est un cas particulier des échanges classiques entre facettes et facettes. Dans ce cas, on considère une petite surface définie au centre du blob dont la normale est alignée avec la direction  $s_{12}$ . On a ainsi  $n_2 \cdot s_{12} = 1$  et la luminance incidente au blob est la suivante:

$$I_{12}^{in} = I_1 F_{12}^{disk} = I_1 \frac{r^2}{r^2 + d_{12}^2} (-n_2 \cdot s_{12})$$

Lorsque le rayon venant de la facette atteint le blob, une partie de l'énergie qu'il transporte est absorbée et une autre est diffusée. L'absorption fait "disparaître" une partie de l'énergie incidente alors qu'une autre partie va être redistribuée sur l'ensemble des directions de l'espace par le blob. Pour la prise en compte de la diffusion, on utilise les valeurs de la fonction de phase définie pour le volume. On obtient ainsi un ensemble d'échantillon angulaire représentant des angles solides dans lesquels le blob va transmettre une certaine quantité d'énergie. Le reste de l'énergie incidente, non absorbée et non diffusée, va poursuivre son chemin sans modification (transmission).



**Figure 22** - Facteur de forme entre une facette et un blob

#### 4.5.1.3 Echanges blob à facette

Pour prendre en compte les échanges énergétique entre un blob et une facette, il est nécessaire de s'assurer que la distance qui les sépare est suffisamment grande par rapport à leur taille. Dans ce cas, la distance entre la facette et un point quelconque du blob peut être considérée comme constante. La direction de visée peut également être considérée parallèle à la direction définie par le centre du blob et le centre de la facette. Le facteur de forme peut alors s'écrire:

$$F_{12} = \int_{\Sigma} \frac{dx dy}{d_{12}^2} = \frac{I}{d_{12}}$$

L'énergie émise par le blob est composée de son émission propre et de la valeur de la diffusion dans l'angle solide de la direction considérée.

#### 4.5.1.4 Echanges blob à blob

Les échanges énergétiques entre deux blobs sont une composition des deux cas précédemment défini. Pour cela, on calcule l'énergie émise et diffusé par le blob source dans la direction considérée. Les deux blobs sont représentés par un élément de surface infinitésimal dont la normale est parallèle à la direction de visée. Cela signifie que l'on a:

$$-n_1 \cdot s_{12} = 1 \quad \text{et} \quad n_2 \cdot s_{12} = 1$$

Comme dans le cas d'échanges entre facette et blob, le blob récepteur va absorber, transmettre et diffuser l'énergie qu'il a reçu. Dans le cas de la diffusion, les valeurs angulaires énergétiques stockée pour chaque angle solide défini doivent être mise à jour.

#### 4.5.1.5 Rendu

Ainsi, le modèle hiérarchique de blobs s'intègre facilement dans notre modèle d'illumination. Lorsqu'un objet ou un autre blob se trouve sur le chemin d'un rayon d'illumination, l'énergie que ce dernier transporte est soit totalement, soit partiellement absorbée. Ainsi les ombres portées entre volumes et objets, objet et volume et même auto-portées par un volume sur lui-même peuvent être prises en compte.

---

Lors du rendu, nous effectuons un lancer de rayons simple. Dans le cas où le rayon traverse un élément de la hiérarchie d'un volume, celui-ci viendra, comme dans notre modèle initial modifier l'énergie transportée par le rayon. Les phénomènes de déperdition (absorption et diffusion sortante) réduiront l'énergie transportée. Les phénomènes sources (diffusion entrante et émission propre) viendront au contraire augmenter cette énergie. Dans le cas de la diffusion entrante, il suffira de récupérer la valeur stockée sur le blob suivant l'angle solide d'entrée du rayon dans le blob.

#### 4.5.2 Application dans l'infrarouge

Les méthodes que nous avons mis en œuvre dans le domaine spectral du visible sont applicables au domaine de l'infrarouge. La seule différence est que les données thermiques des gaz prennent ici toute leur importance. En effet, l'émission thermique est le phénomène principalement visible dans la zone du moyen et lointain infrarouge. Les résultats visuels au niveau des milieux participants permettent d'appréhender les phénomènes de convection propres aux milieux gazeux. Dans ce cas, l'animation fournit un supplément d'informations non négligeable.

L'avantage de notre modèle pour ce type de visualisation est qu'il contient déjà les données thermiques nécessaires à la mise en œuvre de la visualisation infrarouge. Ces données sont la base de la simulation et sont initialisées et calculées de manière physiquement valide.

Plus de détail sur la modélisation de la visualisation dans l'infrarouge et sa prise en compte en images de synthèse sont disponibles dans le rapport interne 96-51-R de l'IRIT [DAD96].

---

## 5. Résultats

Pour tester le modèle de turbulence proposé, nous avons effectué une implantation complète du modèle de champs de mouvement multi-niveaux en association avec le modèle de gaz représenté par une hiérarchie de blobs diffus. Pour la visualisation réaliste du phénomène, nous avons utilisé des méthodes de radiosité et de lancer de rayons améliorées pour prendre en compte la contribution du milieu participant. Pour la visualisation des champs de mouvement nous avons utilisé un logiciel de visualisation scientifique spécialisé dans la visualisation des grandes quantités de données, principalement des champs vectoriels.

Pour tester le modèle, nous avons créé une scène simple, mais qui permet d'identifier de façon très claire les différences entre les différentes façons de modéliser le comportement du gaz, ainsi que les différences entre la visualisation dans le visible et dans l'infrarouge.

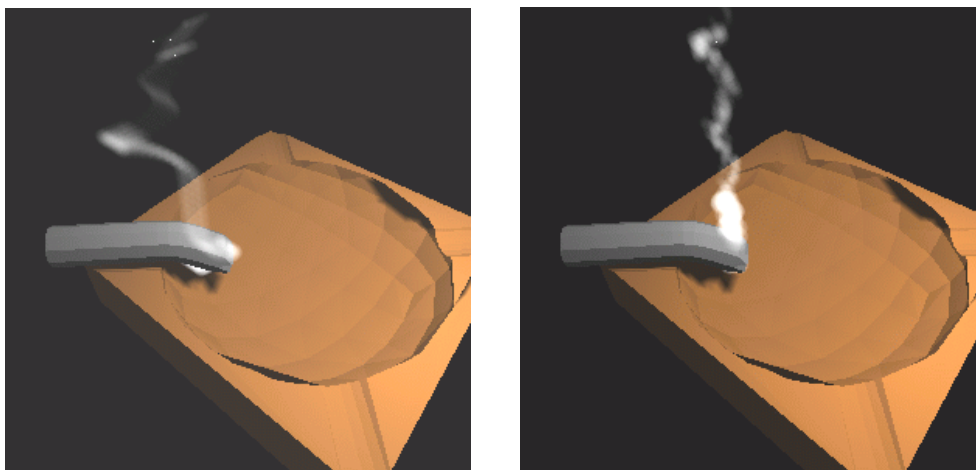
La scène de base correspond à un cendrier avec une cigarette allumée, dans une ambiance qui peut être considérée plus ou moins stable. Les phénomènes de turbulence sont produits par les phénomènes de convection et d'advection du gaz (dans ce cas, l'air).

Le champ de mouvement pour ces images est défini de la façon suivante : pour le mouvement général du gaz on a défini un champ de mouvement ascendant, avec une source de chaleur dans la région qui correspond à l'origine de la fumée. L'évolution des phénomènes de turbulence est alors contrôlée par le modèle de turbulence multi-niveaux en combinaison avec une base de turbulence qui possède uniquement les champs de base suivants: champ unidirectionnel ,vortex et spirale.

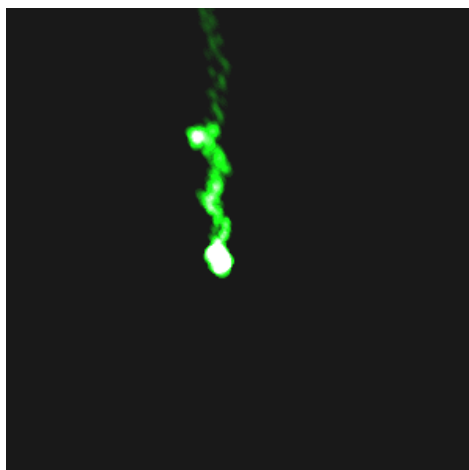
Sur les images de la figure 23, on peut voir la différence entre l'utilisation du modèle de flux laminaire avec un seul niveau de turbulence où l'on peut identifier de façon plus ou moins claire la géométrie des phénomènes de turbulence à grande échelle et le modèle de turbulence avec une arbre plus complexe pour contrôler le mouvement de la fumée où la géométrie des phénomènes de turbulence à grande échelle est tellement déformée par les champs à plus petite échelle qu'il n'est pas possible de reconnaître leur géométrie.

Dans ces images, on peut voir comment pour certains phénomènes spécifiques, le modèle de flux laminaire est suffisant pour obtenir un résultat visuellement plus proche de la conception qu'on a du comportement de la fumée d'une cigarette dans une ambiance fermée, et comment, par contre, le modèle turbulent est plus proche visuellement de la fumée observée dans des espaces ouverts où la diffusion du gaz est visiblement plus irrégulière.

L'image de la figure 24, montre les résultats de la même simulation du flux turbulent que dans le cas antérieure mais dans l'infrarouge (ici on visualise seulement la fumée). Dans cette image il est possible d'observer de façon très claire que, pour les mêmes données, l'image dans l'infrarouge est complètement différente. Il est important de noter que la fumée est visible à la fois dans l'infrarouge et dans le spectre visible. En effet, la différence de température de certaines particules avec l'air ambiant est plus important que leur densité. Principalement celles qui ont une densité si faible qu'il est très difficile de les voir.



**Figure 23-** Exemple de fumée modélisée par flux laminaire (gauche), et flux turbulente (droite)



**Figure 24 -** Visualisation de fumée dans l'infrarouge



**Figure 25 -** Combinaison de la fumée avec un objet complexe.

---

## 6. Conclusions

Ici, on a présenté une méthode de modélisation des phénomènes de turbulence dans les milieux participants que l'on peut situer à mi-chemin entre la modélisation physique du phénomène et les modèles géométriques et stochastiques. En effet, on peut dire qu'il est une combinaison des différentes méthodes en essayant de tirer profit des meilleures caractéristiques de chacune.

L'un des avantages de cette méthode est la possibilité d'avoir un contrôle total du modèle à l'aide des paramètres physiques. Cela permet de profiter des données physiques existantes pour plusieurs types de phénomènes spécifiques. Un autre avantage est la capacité de contrôler le niveau de détail à travers le contrôle de la hiérarchie des blobs et de la hiérarchie de turbulences en fonction de l'objectif final de la simulation. Les liens étroits entre ces deux hiérarchies permettent la réutilisation des paramètres de contrôle simplifiant le contrôle du modèle.

Si le modèle proposé possède une base physique, nous avons amené une bonne amélioration du temps de calcul par rapport aux autres méthodes. Le plus important est l'amélioration de la qualité des résultats en supprimant le retour en arrière nécessaire dans la méthode de Stam. Cela implique également un important gain au niveau du temps de calcul.

L'un des inconvénients qu'il est nécessaire d'un niveau de détail élevé pour obtenir une modélisation réaliste.

Il doit être approfondi en vue de développer une amélioration du modèle thermique pour être plus proche de la modélisation physique des phénomènes de convection thermique. Il est nécessaire également d'améliorer la façon dont les objets plongés dans le milieu affectent son comportement et surtout la façon dont le milieu est affecté par les phénomènes de transfert thermique. De plus, il serait intéressant d'explorer la façon dont la convection du milieu peut être utilisée pour modéliser le transfert thermique entre différents objets d'une manière plus réaliste, surtout pour la génération d'images dans l'infrarouge.

---

## 7. Références

- [APO86] Apostol, Tom M., Calculus volumen 2, España, Editorial Reverté S.A., 1986.
- [AVE89] Law Averill M., David Kelton, Simulation Modeling and Analysis, 1989.
- [BAR951] Barrero Daniel, Metodología de Modelaje Multinivel para Fenomenos de Turbulencia, UniAndes, 1995.
- [BAR952] Barrero Daniel, Modelaje y Simulación de Fenomenos Turbulentos - Bases de Turbulencia, UniAndes, 1995.
- [BAR96] Barrero Daniel, Jose Tiberio Hernández, Modelo para la Simulación de Fenomenos Turbulentos para Ambientes de Realidad Virtual, CLEI 1996.
- [BRO95] Brodli K.W., Gallop J.R., Grant A.J., Haswell J., Hewitt W.T., Larkin S., Lilley C.C., Morphet H., Townend A., Wood J. and Wright H., Review of Visualization Systems, Advisory Group on Computer Graphics Technical Report, Loughborough University of Technology: Loughborough, Leicestershire, 1995.
- [CFD95] Computed Fluid Dynamics Journal, IEEE Press, January-December 1994, January April, 1995.
- [DAD96] L. Da Dalto, "Génération d'images dans l'infrarouge thermique par la méthode d'illumination globale". Rapport IRT/96-51-R, Décembre 1996.
- [EBE94] David S. Ebert, F. Kenton Musgrave, Dan Peachey, Ken Perlin, Steve Worley, "Texturing and Modeling a procedural approach", Academic Press Inc., Cambridge MA, 1994.
- [FOL93] J.Foley , A. vanDam, S. Feiner, J. Hughes, Computer Graphics Principle and Practice, USA, Addison Wesley, 1992.
- [HAR86] Hartnell Tim, Replicating Reality: Exploring Computer Simulations, Ed. Anaya Multimedia, 1986.
- [HEL89] Helman J.L., Hesselink L., 'Representation and Display of Vector Field Topology in Fluid Flow Data Sets', IEEE Computer, 22, No. 8, 1989.
- [KAR80] Karamcheti K, " Principles of Ideal Fluid Aerodynamics", 2nd edition, Kreiger, 1980
- [KAS90] M. Kass and G.Miller. "Rapid, Stable Fluid Dynamics for Computer Graphics", ACM Computer Graphics (SIGGRAPH'90), August 1990.
- [POS93] Post F.H., van Walsum T., Fluid Flow Visualization, in Focus on Scientific Visualization, Springer-Verlag, 1993.
- [REE85] Reeves, W.T., and R. Blau, Aproximate and Probabilistic Algorithms for Shading and Rendering Particle Systems, ACM Computer Graphics (SIGGRAPH'85).
- [ROG84] R.S. Rogallo and P.Moin., Numerical Simulation of Turbulent Flows, Annual Review of Fluid Mechanics, 1984.
- [STA93] Jos Stam, Eugene Fiume, Turbulent Wind Fields for Gaseous Phenomena, ACM Computer Graphics (SIGGRAPH'93), August 1993.
- [STA95] Jos Stam, Eugene Fiume, Depicting Fire and Other Gaseous Phenomena Using Diffusion Processes, ACM Computer Graphics (SIGGRAPH'95), August 1995.
- [STA95b] Jos Stam, "Multi-Scale Stochastic Modelling of Complex Natural Phenomena". PhD Thesis, Dept. Of Computer Science, University of Toronto, 1995.
- [STR95] Streeter Victor L., Mecanica de los Fluidos, Colombia, McGraw Hill, Octava Edición, 1995.
- [WIT87] Witkin, A., K. Fleischer, and A. Barr, Energy Constraints on Parametrized Models, ACM Computer Graphics (SIGGRAPH'87), 1987